

# О П Т И К А

## Лекция 1. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ

Уравнение электромагнитной волны. Волновое уравнение. Основные свойства электромагнитных волн. Отражение и преломление электромагнитных волн на границе раздела двух сред. Энергия электромагнитных волн. Поток энергии. Вектор Умова-Пойнтинга.

Оптика – самый интересный и, пожалуй, самый важный с практической точки зрения раздел физики. Ибо с помощью света мы получаем основную часть информации о внешнем мире.

Попытки дать объяснения природы света были сделаны еще в древности (Евклид и Лукреций Кар), но первая стройная теория света была разработана И. Ньютоном в конце семнадцатого века. Ньютон считал, что свет - это поток мельчайших частиц - корпускул, поэтому его теория получила название корпускулярной. Одновременно с ним Гук и Гюйгенс развивали волновую теорию, однако она не получила широкого признания отчасти из-за высокого авторитета Ньютона и отчасти из-за недостатков самой теории, которая представляла свет как упругие колебания среды. Ньютон установил, что свет в представлениях волновой теории должен быть поперечными колебаниями, что казалось маловероятным, учитывая эмпирические факты распространения света в воздухе и, особенно, в межзвездном пространстве. Лишь позднее была предложена гипотеза о существовании особой среды, заполняющей всю Вселенную, - **эфира**, упругие свойства которого обеспечивали требуемую скорость распространения света. Успехи волновой теории связаны с работами Юнга, Френеля и Пуассона, которые были выполнены в первой половине XIX века. Работы этих исследователей позволили объяснить такие явления как интерференция и дифракция света. Д.Максвелл установил, что свет - это электромагнитные волны. В тот момент, когда волновая теория стала общепризнанной, были установлены закономерности излучения света атомами и открыт фотоэффект. Эти факты противоречили волновой теории. Позднее была развита новая теория - дуалистическая, где свету приписывались и волновые и корпускулярные свойства. Луи де Бройль высказал гипотезу о всеобщем дуализме материи: каждая частица обладает волновыми свойствами, и каждой волне могут быть приписаны определенная масса и импульс. Свет - лишь пример проявления дуализма в природе. Мы начнем наше рассмотрение с раздела Волновая оптика.

### § 1.1. Волновое уравнение. Уравнение электромагнитной волны

В предыдущем семестре мы выяснили, что переменное электрическое поле порождает магнитное, которое, вообще говоря, тоже оказывается переменным. Это переменное магнитное поле порождает электрическое поле и т.д. Таким образом, если возбудить с помощью зарядов переменное электрическое или магнитное поле, в окружающем пространстве возникнет последовательность взаимных превращений электрического и магнитного полей, распространяющихся от точки к точке. Этот процесс будет периодическим во времени и в пространстве и, следовательно, представляет собой волну.

Уравнение, решению которого соответствует бегущая волна, называется **волновым уравнением** и имеет вид

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}. \quad (1.1)$$

Скорость распространения волны определяется коэффициентом, стоящим перед второй производной по времени

$$v^2 = \frac{1}{\epsilon_0 \mu_0} \quad (1.2)$$

Аналогичное уравнение может быть получено и для вектора магнитной индукции  $B$ . Такие волны названы **электромагнитными**. Подставляя численные значения  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$ , получим, что  $v = c = 3 \cdot 10^8$  м/с, т.е. скорость распространения электромагнитной волны равна скорости света. Если волна распространяется в среде, характеризующейся постоянными  $\epsilon$  и  $\mu$ , то скорость электромагнитной волны

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon \epsilon_0 \mu \mu_0}} = \frac{c}{n};$$

$n = \sqrt{\epsilon \mu}$  – показатель преломления среды (относительно вакуума).

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \text{ - скорость света.}$$

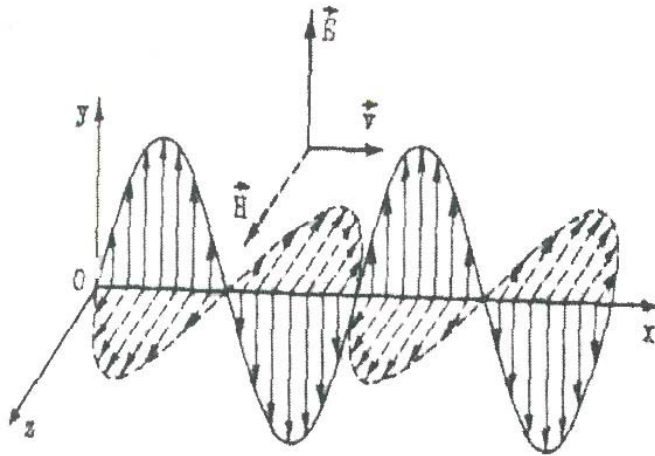


Рис. 2 – Структура электромагнитной волны.

### Основные свойства электромагнитных волн:

Электромагнитные волны обладают следующими свойствами:

- волны **поперечны**, т.к. вектора  $E$  и  $B$  направлены вдоль осей  $Y$  и  $Z$ , тогда как волна распространяется вдоль оси  $X$ .
- монохроматическая волна **поляризована**, т.к. изменяющееся магнитное поле перпендикулярно индуцированному им электрическому.

Это электрическое поле создает переменное магнитное, плоскость колебаний которого совпадает с плоскостью первичного магнитного поля (см. рис.2) так, что магнитное поле сохраняет свою ориентацию в пространстве.

Если в любой плоскости, перпендикулярной направлению распространения, значения  $E$  и  $B$  не зависят от координат, то волна называется плоской, и ее можно записать в виде

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx), \quad (1.3)$$

где  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $\lambda = cT$ ,  $\omega = 2\pi/T$ .

Волновой фронт такой волны представляет собой плоскость. Модельное представление **плоской электромагнитной волны** будет часто использоваться при рассмотрении оптических явлений.

Волна, в которой колебания имеют одну частоту, называется **монохроматической** (одноцветной). **Белый свет** содержит не менее семи основных цветов.

Для упрощения математических выкладок часто ограничиваются рассмотрением монохроматических волн.

Решением уравнения (1.1) в случае плоской электромагнитной волны, распространяющейся, например, вдоль оси X, будет следующее выражение:

$$\bar{E} = \bar{E}_0(\cos \omega t - kx + \alpha), \text{ (для E)}$$

$$\bar{H} = \bar{H}_0(\cos \omega t - kx + \alpha), \text{ (для H)}$$

где  $\bar{E}_0$  и  $\bar{H}_0$  – амплитуды векторов  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$ ,  $\omega = 2\pi\nu$  – циклическая частота,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  – волновое число,  $\alpha$  – начальная фаза, определяется выбором начала отсчёта  $t$  и  $x$ .

При рассмотрении одной волны систему координат выбирают таким образом, чтобы  $\alpha = 0$ .

В электромагнитной волне колеблются два вектора – напряженности электрического и напряженности магнитного полей. Как показывает опыт, физиологическое, фотохимическое, фотоэлектрическое и другие действия света *вызываются колебаниями электрического вектора*. В соответствии с этим мы будем в дальнейшем говорить о **световом векторе**, подразумевая под ним вектор напряженности электрического поля. О магнитном векторе световой волны мы упоминать почти не будем.

Обозначим модуль амплитуды светового вектора буквой  $A$ . Закон, по которому изменяется во времени и в пространстве проекция светового вектора,

$$E = A \cos(\omega t - kx + \alpha), \tag{1.4}$$

будем называть **уравнением световой волны**.

Длины волн видимого света заключены в пределах:

$$\lambda_0 = 0,40 - 0,75 \text{ мк.}$$

Эти значения относятся к световым волнам в вакууме. В среде с показателем преломления  $n$  длины световых волн будут иными:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}. \tag{1.5}$$

Частоты видимых световых волн лежат в пределах:

$$\nu = (0,75 - 0,40) \cdot 10^{15} \text{ гц.}$$

## 1.2. Основные свойства световых полей

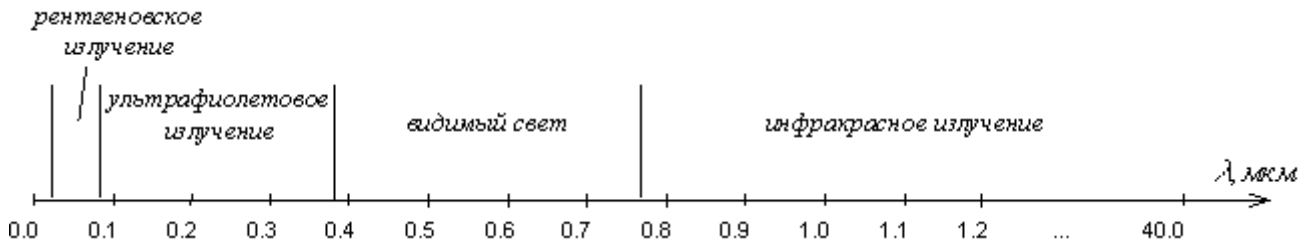
Световым полем называют электромагнитное поле в **оптическом диапазоне** частот. Оптические частоты чрезвычайно велики (порядка  $10^{14} - 10^{15}$  Гц), а разность частот между границами оптического диапазона очень мала по сравнению с их величинами, поэтому принято измерять оптический диапазон в длинах волн. Специфика оптического диапазона заключается в его двух главных особенностях:

- в оптическом диапазоне выполняются законы геометрической оптики,
- в оптическом диапазоне свет очень слабо взаимодействует с веществом.

Для частот, более низких, чем частоты оптического диапазона, нельзя построить оптические системы по законам геометрической оптики, а электромагнитное поле более высоких частот, как правило, либо проходит сквозь любое вещество, либо разрушает его.

Оптический диапазон состоит из следующих видов излучения: **рентгеновское, ультрафиолетовое (УФ), видимое, инфракрасное (ИК)**. Если во времена Ньютона в оптический диапазон входило только видимое излучение, то с техническим прогрессом диапазон существенно расширился, причем рентгеновское излучение включено в оптический диапазон совсем недавно - примерно 20 лет назад. Не исключено дальнейшее расширение оптического диапазона.

На рис. показан участок шкалы электромагнитного излучения в длинах волн, соответствующий оптическому диапазону. Границы оптического диапазона, а также границы между его участками установлены на основе экспериментальных данных и не являются абсолютно точными.



### § 1.3. Энергия электромагнитного поля

Возможность обнаружения электромагнитных волн (по проскакиванию искры, свечению лампочки и т. п.) указывает на то, что эти волны, переносят энергию. Для количественного описания переноса энергии волной была введена векторная величина, называемая *плотностью потока энергии*. Она численно равна количеству энергии, переносимой в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению, в котором течет энергия. Направление вектора плотности потока энергии совпадает с направлением переноса энергии.

Плотность энергии электромагнитного поля  $w$ , мы уже знаем, складывается из плотности энергии электрического поля и плотности энергии магнитного поля

$$w = w_E + w_H = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} + \frac{\mu\mu_0 H^2}{2} \quad (1.6)$$

В данной точке пространства векторы  $E$  и  $H$  изменяются в одинаковой фазе. Поэтому соотношение между амплитудными значениями  $E$  и  $H$  справедливо и для их мгновенных значений. Отсюда следует, что плотность энергии электрического и магнитного полей каждый момент времени одинакова. Поэтому можно написать, что

$$w = 2w_E = \epsilon\epsilon_0 E^2 \quad (1.7)$$

Воспользовавшись тем, что  $E\sqrt{\epsilon\epsilon_0} = H\sqrt{\mu\mu_0}$ , выражению для плотности энергии электромагнитной волны можно придать вид

$$w = \sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0} EH \quad (1.8)$$

В соответствии с формулой (1.20) скорость электромагнитной волны равна  $v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\epsilon_0\mu\mu_0}}$ . Умножив плотность энергии  $w$  на скорость  $v$ , получим плотность потока энергии

$$S = wv = EH. \quad (1.9)$$

*Количество энергии, переносимой волной в единицу времени через площадку  $\Delta s$ , перпендикулярную к направлению её движения, называют потоком энергии через данную площадку.*

Соответственно, *плотностью потока электромагнитного излучения называют величину, равную количеству энергии, переносимой волной в единицу времени через единичную площадку, перпендикулярную к направлению движения волны.*

Частота изменений вектора плотности потока энергии, переносимой волной, велика (она равна  $2\nu$ ). Ни глаз, ни какой-либо иной приемник световой энергии не может уследить

за столь частыми изменениями потока энергии, вследствие чего они регистрируют *усредненный по времени световой поток*.

Среднюю величину потока энергии определим как

$$I = \frac{\Delta S \nu}{T} \int_0^T \omega dt \quad (1.10)$$

Векторы  $E$  и  $H$  взаимно перпендикулярны и образуют с направлением распространения волны правовинтовую систему. Поэтому направление вектора  $[EH]$  совпадает с направлением переноса энергии, а модуль этого вектора равен  $EH$  ( $\sin\alpha = 1$ ).

Следовательно,

**вектор плотности потока энергии** можно представить как векторное произведение  $E$  и  $H$

$$S = [EH]. \quad (1.11)$$

Вектор  $S$  называют **вектором Умова-Пойнтинга**. Модуль вектора Умова–Пойнтинга характеризует поток энергии электромагнитной волны.

Среднее по времени значение плотности светового потока, т. е. средний по времени световой поток через единицу поверхности площадки, перпендикулярной к направлению распространения волны, носит название **интенсивности света**  $I$  в данной точке пространства, которая как вы уже знаете, связана с амплитудой светового вектора:

$$I = nA^2 \quad (1.12)$$

## § 1.4. Законы отражения и преломления света

Волновая теория широко использует принцип Гюйгенса: каждая точка среды, до которой дошел волновой фронт, становится источником вторичных колебаний так, что положение волнового фронта в любой последующий промежуток времени находится как огибающая этих вторичных возмущений. Отметим, что волновой фронт – это поверхность, соединяющая точки, колебания в которых имеют одинаковые фазы.

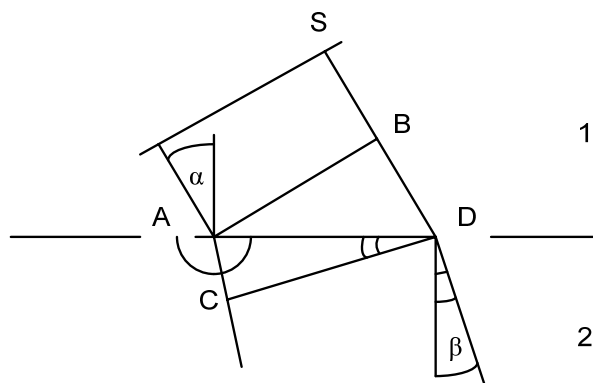


Рис. 3 К выводу закона преломления света

На рис. 3 это изображается линией  $S$ . Руководствуясь этим принципом, выведем законы преломления и отражения света.

### Закон преломления:

Пусть на границу раздела двух сред падает плоский волновой фронт  $AB$ . В момент, когда его левый край достигает точки  $A$  (см. рис. 38), в среде 2 вокруг этой точки начинает образовываться сферическая волна. Правый край фронта подойдет к границе раздела через время  $t = BD/c$ , где  $c$  – скорость распространения света в среде 1. За это время сферическая

волна из точки А успеет распространиться на расстояние  $AC=vt$  ( $v$  - скорость распространения света в среде 2). Из рис. видно, что  $\angle BAD = \alpha$  и  $\angle ADC = \beta$  как углы с взаимно перпендикулярными сторонами. Поэтому можно записать:

$$\sin \alpha = \frac{BD}{AD} = \frac{ct}{AD}; \quad \sin \beta = \frac{AC}{AD} = \frac{vt}{AD}.$$

Сравнивая эти два выражения, можно заметить, что

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}. \quad (1.13)$$

Как уже упоминалось, скорость электромагнитных волн в среде  $v = c/\sqrt{\epsilon\mu}$ . Поэтому отношение синусов можно приравнять к показателю преломления второй среды относительно первой:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n}{n_0} \text{ – закон Снеллиуса} \quad (1.14)$$

Если свет распространяется в обратном направлении, т.е. из среды 2 в среду 1, то закон преломления остается в силе. Можно заметить, что в этом случае угол преломления становится больше угла падения, но существует предельное значение угла преломления, т.к. синус не может быть больше единицы. Угол падения, который соответствует этому углу преломления, называется **предельным**. При дальнейшем увеличении угла падения свет не проходит в среду 1, испытывая **полное внутреннее отражение**.

$$\sin \beta_{пред} = \frac{n_2}{n_1}$$

Практическое применение физического закона – оптические волокна.

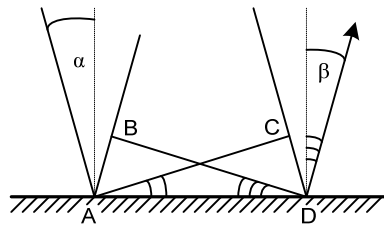


Рис. 4. К выводу закона отражения света.

Вывод закона отражения света производится аналогичным способом, с той разницей, что теперь вторичная волна распространяется в той же среде (рис.4). Треугольники  $\triangle ACD$  и  $\triangle ABD$  равны, т.к. сторона  $AD$  – общая, а  $AB = CD = ct$ , где как и прежде  $t$  – время распространения волнового фронта от точки  $C$  до точки  $D$ . Из равенства треугольников следует, что  $\angle CAD = \angle ABD$ , как углы с взаимно перпендикулярными сторонами, но  $\angle CAD = \alpha$  и  $\angle ABD = \gamma$  и  $\alpha = \gamma$ , т.е. **угол падения равен углу отражения**.

## 2 ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

### §2.1. Интерференция световых волн

Пусть две волны одинаковой частоты, накладываясь друг на друга, возбуждают в некоторой точке пространства колебания одинакового направления:

$$\begin{aligned} E_1 &= A_1 \cos(\omega t + \alpha_1), \\ E_2 &= A_2 \cos(\omega t + \alpha_2), \\ \bar{E} &= \bar{E}_1 + \bar{E}_2 \end{aligned} \quad (1.15)$$

Амплитуда результирующего колебания в данной точке определяется, как известно, формулой:

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2). \quad (1.6)$$

Мы можем вспомнить случай сложения двух гармонических колебаний одинаковой частоты

$$E_1 = A_1 \cos(\omega t + \alpha_1),$$

$$E_2 = A_2 \cos(\omega t + \alpha_2),$$

$$E = A \cos(\omega t + \alpha),$$

$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

По теореме косинусов

$$A^2 = |A_1 + A_2|^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\alpha_1 - \alpha_2)$$

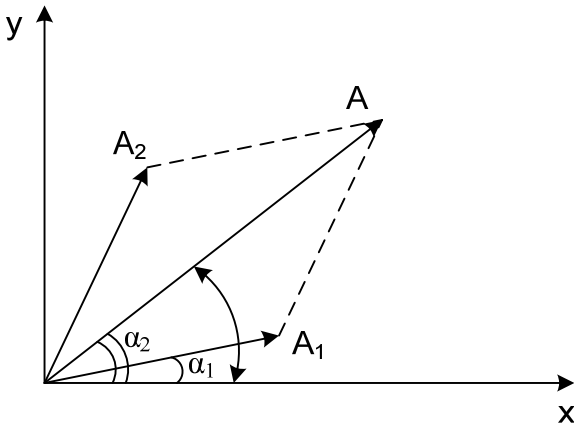


Рис. 5. Сложение двух когерентных колебаний

**Если разность фаз  $\alpha_2 - \alpha_1$  возбуждаемых волнами колебаний в данной точке пространства остаётся постоянной во времени, то волны называются когерентными. Источники таких волн также называются когерентными.**

В случае некогерентных волн  $\alpha_2 - \alpha_1$  непрерывно изменяется, принимая с равной вероятностью любые значения, вследствие чего среднее по времени значение  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$  равно нулю. В этом случае

$$\overline{A^2} = \overline{A_1^2} + \overline{A_2^2}. \quad (1.17)$$

Отсюда, приняв во внимание соотношение

$$I \sim n^2 A^2, \quad (1.18)$$

заключаем, что интенсивность, наблюдаемая при наложении некогерентных волн, равна сумме интенсивностей, создаваемых каждой из волн по отдельности:

$$I = I_1 + I_2. \quad (1.19)$$

В случае когерентных волн  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1)$  имеет постоянное во времени (но своё для каждой точки пространства) значение, так что

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\alpha_2 - \alpha_1) \quad (1.20)$$

В тех точках пространства, для которых  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) > 0$ ,  $I$  будет превышать  $I_1 + I_2$ ; в точках, для которых  $\cos(\alpha_2 - \alpha_1) < 0$ ,  $I$  будет меньше  $I_1 + I_2$ . Таким образом, **при наложении когерентных световых волн происходит перераспределение светового потока в пространстве, в результате чего в одних местах возникают максимумы, а в других – минимумы интенсивности. Это явление называется интерференцией волн.** Особенно отчетливо проявляется интерференция в том случае, когда интенсивность обеих интерферирующих волн одинакова:  $I_1 = I_2$ . Тогда согласно (1.10) в минимумах  $I = 0$ , в

максимумах же  $I = 4I_1$ . Для некогерентных волн при том же условии получается всюду одинаковая освещенность  $I = 2I_1$  [см. (1.9)].

Разность фаз колебаний, возбуждаемых волнами в точке  $P$ , будет равна

$$\delta = \omega \left( \frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{\omega}{c} (n_2 s_2 - n_1 s_1). \quad (1.21)$$

**Величина « $ns$ » называется оптической длиной пути, проходимого волной.**

Заменив  $\omega/c$  через  $2\pi v/c = 2\pi/\lambda_0$  ( $\lambda_0$  – длина волны в вакууме), выражению для разности фаз можно придать вид

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta, \quad (1.22)$$

где

$$\Delta = n_2 s_2 - n_1 s_1 = L_2 - L_1 \quad (1.23)$$

**величина, равная разности оптических длин волн проходимых волнами путей и называемая оптической разностью хода, ( $s_2 - s_1$ ) – геометрическая разность хода.**

Из формулы (1.12) видно, что если оптическая разность хода  $\Delta$  равна целому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm k \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.24)$$

то разность фаз  $\delta$  оказывается кратной  $2\pi$  и колебания, возбуждаемые в точке  $P$  обеими волнами, будут происходить с одинаковой фазой. Следовательно, условие (1.14) есть *условие интерференционного максимума*.

Если  $\Delta$  равна полуцелому числу длин волн в вакууме:

$$\Delta = \pm \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda_0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots), \quad (1.25)$$

$$\Delta = \pm (2k + 1) \frac{\lambda_0}{2}$$

то  $\delta = \pm(k2\pi + \pi)$ , так что колебания в точке  $P$  находятся в противофазе. Таким образом, условие (1.15) есть *условие интерференционного минимума*.

## §2.2. Когерентность

Из сказанного вытекает, что при освещении какой-либо поверхности несколькими источниками света (например, двумя лампочками) должна, казалось бы, наблюдаться интерференционная картина с характерным для нее чередованием максимумов и минимумов интенсивности. Однако из повседневного опыта известно, что в указанном случае освещенность поверхности монотонно убывает по мере удаления от источников света и никакой интерференционной картины не наблюдается. Это объясняется тем, что **естественные источники света не когерентны**. Излучение светящегося тела складывается из волн, испускаемых атомами тела. Излучение отдельного атома продолжается около  $10^{-8-10}$  сек. За это время успевает образоваться последовательность горбов и впадин (или, как говорят, цуг волн) протяженностью примерно 3 м. «Погаснув», атом через некоторое время «вспыхивает» вновь. Однако фаза нового цуга волн никак не связана с фазой предыдущего цуга. Одновременно «вспыхивает» большое количество атомов. Возбуждаемые ими цуги волн, налагаясь друг на друга, образуют испускаемую телом световую волну. В этой волне излучение одной группы атомов через время порядка  $10^{-8}$  сек. сменяется излучением другой группы, причем фаза результирующей волны претерпевает случайные скачкообразные изменения.

Введем время когерентности  $\tau$ , определив его как время, за которое случайное изменение фазы достигает значения  $\sim \pi$ . За время  $\tau$  колебание как бы забывает свою



первоначальную фазу и становится некогерентным по отношению к самому себе. Из сказанного выше об излучении естественного источника света ясно, что время когерентности световой волны, испускаемой таким источником,  $\sim 10^{-8-10}$  сек. Время когерентности называют также продолжительностью цуга волн. За время  $\tau$  волна проходит путь  $c\tau$  который представляет собой длину цуга (иногда эту величину называют длиной временной когерентности). На длине цуга случайные изменения фазы достигают величины  $\sim \pi$ . При  $\tau \sim 10^{-8}$  сек длина цуга составляет  $\sim 3$  м.

Теперь рассмотрим изменения фазы при переходе от одной точки пространства к другой. В идеальной плоской или сферической волне  $\alpha$  одинакова во всех точках плоскости  $x = \text{const}$  или сферы  $r = \text{const}$ . Эти плоскости и сферы мы в свое время назвали волновыми поверхностями. В реальной световой волне фаза  $\alpha$  при переходе от одной точки «волновой поверхности»<sup>1)</sup> к другой изменяется беспорядочным образом. Введем расстояние  $l$ , при смещении на которое вдоль «волновой поверхности» случайное изменение фазы достигает значения  $\sim \pi$ . Колебания в двух точках «волновой поверхности», отстоящих друг от друга на расстояние, меньшее  $l$ , будут приблизительно когерентными. Такого рода когерентность называется пространственной. Все пространство, занимаемое волной, можно разбить на части, в каждой из которых волна сохраняет когерентность. Объем такой части пространства, называемый объемом когерентности, по порядку величины равен произведению длины цуга на площадь круга диаметра  $l$ .

Пространственная когерентность световой волны вблизи поверхности излучающего ее нагретого тела ограничивается размером  $l$  всего в несколько длин волн. Это вызвано тем, что разные участки нагретого тела излучают независимо друга от друга. **По мере удаления от источника степень пространственной когерентности возрастает.** Излучение лазера обладает огромной пространственной когерентностью. У выходного отверстия газового лазера пространственная когерентность наблюдается во всем сечении светового пучка.

Кратко можно сказать, что **когерентностью называется согласованное протекание нескольких колебательных или волновых процессов.** Согласованность, заключающаяся в том, что разность фаз двух колебаний  $(\alpha_2 - \alpha_1)$  остается неизменной с течением времени в данной точке пространства, называется временной когерентностью. Согласованность, заключающаяся в том, что **остается постоянной разность фаз колебаний, происходящих в разных точках «волновой поверхности», называется пространственной когерентностью.**

Для того чтобы волны были когерентными, необходимо выполнение трех условий:

- волны должны иметь одинаковую частоту,
- разность фаз колебаний должна быть постоянной хотя бы на время наблюдения волн,
- колебания каждой из суммируемых волн должны лежать в одной плоскости.

### § 2.3. Интерференция света в тонких пленках

Наиболее часто в повседневной жизни явление интерференции проявляется в

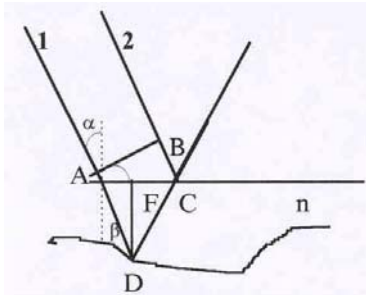


Рис.6. Интерференция в тонких пленках

так называемых полосах равной толщины, которые получаются при отражении света от тонких пленок. Пусть имеется тонкая пленка переменной толщины (рис.43), на которую падают параллельные лучи света. Выберем два луча, один из которых отражается от верхней поверхности пленки, а другой – от нижней. Разность хода между лучами определяется удвоенной длиной AD и участком BC. Однако следует иметь в виду, что пленка является более плотной оптической средой, и скорость света в ней меньше. Вследствие этого время,

затрачиваемое светом на прохождение пути AD будет больше в  $n$  раз, где  $n$  – показатель преломления пленки. Поэтому принято говорить об оптической длине пути света, которая равна  $ADn$ . Теперь разность оптических путей лучей 1 и 2  $\Delta = 2n(AD) - BC + \lambda/2$ . Величина  $\lambda/2$  добавляется потому, что происходит изменение фазы волны на  $180^\circ$ , что эквивалентно увеличению пути на  $\lambda/2$ . Из рис. можно увидеть, что  $AD = DF/\cos\beta$ ;  $AF = DF \operatorname{tg}\beta$ ;  $AC = 2AF = 2DF \operatorname{tg}\beta$ ;  $BC = AC \sin\alpha = 2DF \operatorname{tg}\beta \sin\alpha$ . Согласно закону преломления света  $\sin\alpha = n \sin\beta$ . С учетом этого  $\Delta = 2nDF/\cos\beta - 2DF \sin\alpha \operatorname{tg}\beta + \lambda/2 = 2nDF(1 - \sin^2\beta)/\cos\beta + \lambda/2 = 2DF \cos\beta + \lambda/2$ . Если  $\Delta = (2n-1)\lambda/2$ , то  $2DF \cos\beta = n\lambda$  соответствует условию минимума освещенности, а  $\Delta = n\lambda = 2DF \cos\beta + \lambda/2$  – условию максимума. Условия интерференции будут одинаковыми для всех мест, где толщина пленки также одинакова, в связи с чем говорят, что интерференционная картина локализована на поверхности пленки. При наблюдении в белом свете картина усложняется, т.к. для каждого из цветовых компонент белого света условия max и min будут свои. На поверхности пленки будут видны цветные пятна (вспомните пленки бензина и масла на поверхности луж). Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона. Роль пленки переменной

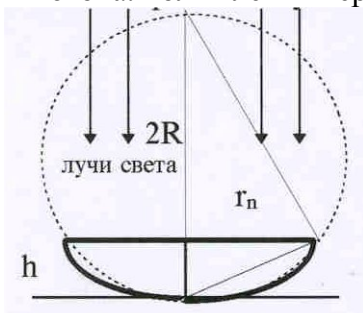


Рис.7. Схема для наблюдения колец Ньютона

толщины здесь играет воздушная прослойка между собирающей линзой и стеклянной пластинкой (см. рис.7). Т.к. оптическая структура обладает осевой симметрией, наблюдающиеся интерференционные полосы принимают вид концентрических колец. Для толщины прослойки  $h$  разность хода между лучами, отраженными от нижней поверхности линзы и от пластинки соответственно равна  $\Delta = 2h + \lambda/2$ , здесь  $(\lambda/2)$  добавляется из-за условий отражения. В то же время из рис.7 на основании свойств перпендикуляра, опущенного из вершины прямого угла на гипотенузу, следует:

$$(2R - h)h = r_m^2,$$

где  $m$  – номер наблюдаемого кольца. Пренебрегая малой величиной  $h^2$  по сравнению с радиусом линзы  $R$ , находим  $2Rh = r_m^2$ . Для темных колец  $\Delta = (2m+1)\lambda/2 = 2h + \lambda/2$  и  $2h = m\lambda$ . Подставляя это соотношение в формулу для квадрата радиуса кольца, получим радиус темного кольца:

$$r_m = \sqrt{mR\lambda}.$$

## §2.4. Применение интерференции света

Явление интерференции света находит самые разнообразные применения.

### 2.4.1. Просветление оптики.

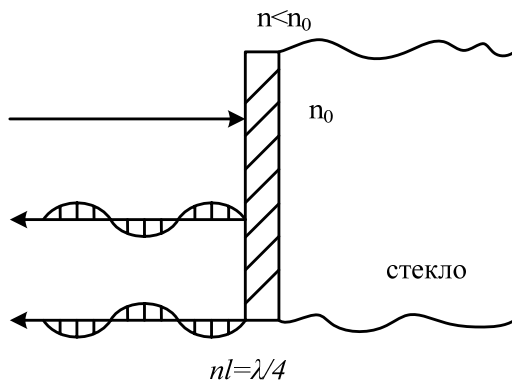


Рис.8.

$$\Delta = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda}{2} - \text{разность хода между отражёнными световыми волнами от 1-й и 2-й}$$

границ плёнки. Наибольшее ослабление тогда, когда амплитуды обеих отражённых волн одинаковы, в это достигается при  $R_1=R_2$ .

$$R_1 = \frac{n-1}{n+1}; R_2 = \frac{n_0-1}{n_0+1} - \text{это следует из известных формул Френеля.}$$

Тогда  $n = \sqrt{n_0}$  – это условие выбора диэлектрика, который можно использовать для просветления оптики.

### 2.4.2. Высокоотражающие интерференционные зеркала.

При  $n > n_0$  плёнка оптической толщины  $nl = \lambda/4$  нанесённая на оптическую поверхность будет увеличивать коэффициент отражения, т.к. каждая  $\lambda/2$  происходит лишь на одной поверхности и

$$\Delta = \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{4} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$$

и тогда  $R \approx 30\%$ .

Создание высокоотражающих зеркал, применяемых в лазерной технике, стало возможным благодаря т.н. многолучевой интерферометрии, возникающей в многослойной тонкоплёночной системе, состоящей из чередующихся слоёв с высоким и низким показателем преломления,  $n_{1,2}d = \frac{\lambda}{4}$

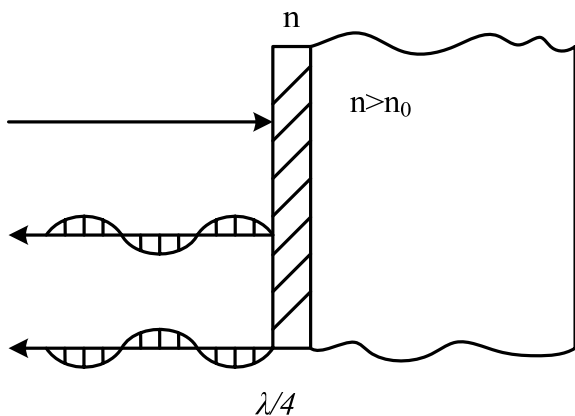


Рис. 9

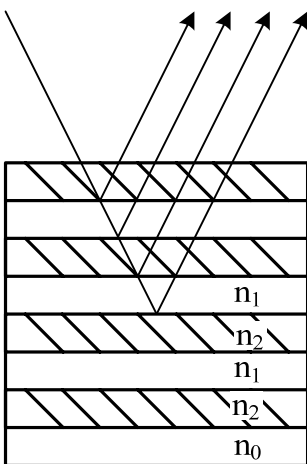


Рис. 10

Волны, отражённые от последующего слоя, интерферируют друг с другом и усиливаются.

Здесь  $n_1 - \text{No}_3\text{AlF}_6$  (криолит, флюорит,  $n_1 \approx 1,32$ ),  $n_2 - \text{ZnS}$  ( $n_2 = 2,3$ ),  $n_1 d_i = \frac{\lambda}{4}$ ,  $R=99\%$ .

### 2.4.3. Интерференционные фильтры.

Принцип действия аналогичен рассмотренному выше отражающему покрытию, но пропускание в узком диапазоне.

## §2.5. Интерферометры

Имеется несколько разновидностей интерференционных приборов, называемых интерферометрами. На рис. 11 изображена схема интерферометра Майкельсона.

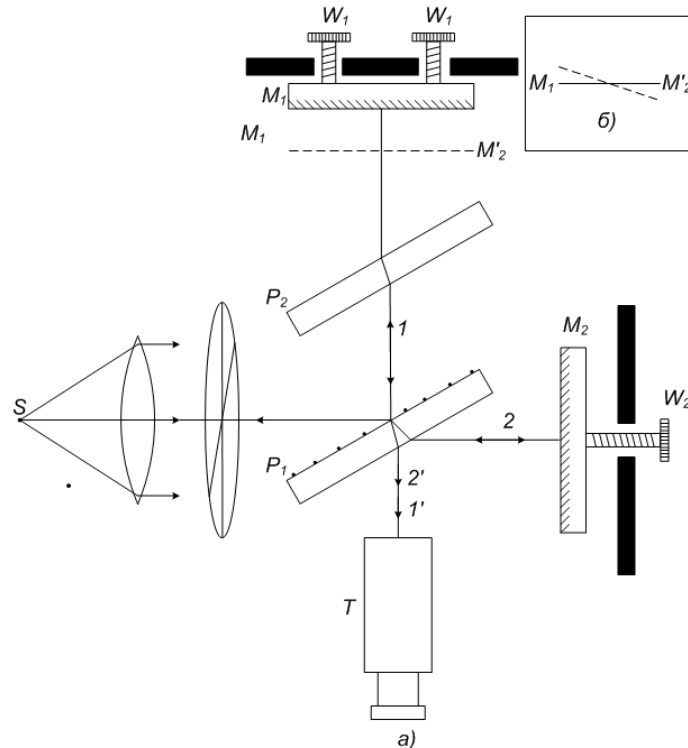


Рис. 11.

Пучок света от источника  $S$  падает на полупрозрачную пластинку  $P_1$ , покрытую тонким слоем серебра (этот слой показан на рис 11 точками). Половина упавшего светового пучка отражается пластинкой  $P_1$  в направлении луча  $1$ , половина проходит сквозь пластинку и распространяется в направлении луча  $2$ . Пучок  $1$  отражается от зеркала  $M_1$  и возвращается к  $P_1$ , где он делится на два равных по интенсивности пучка. Полосы в белом свете наблюдаются лишь при малой толщине «пластинки»  $M_1M'_2$ . В монохроматическом свете, соответствующем красной линии кадмия, Майкельсон наблюдал отчетливую интерференционную картину при разности хода порядка 500 000 длин волн (расстояние между  $M_1$  и  $M_2$  составляет в этом случае приблизительно 1.50 мм).

При строго параллельном расположении плоскостей  $M_1$  и  $M_2$  и слегка расходящемся пучке света в поле зрения прибора наблюдаются полосы равного наклона, имеющие вид концентрических колец. При вращении микрометрического винта  $W_2$  кольца увеличиваются или уменьшаются в диаметре. При этом в центре картины либо возникают новые кольца, либо уменьшающиеся кольца втягиваются в точку и затем исчезают. Смещение картины на одну полосу соответствует перемещению зеркала  $M_2$  на половину длины волны.

Пластинка  $P_2$  может вращаться вокруг оси, перпендикулярной к плоскости рисунка. В нормальном положении она строго параллельна пластинке  $P_1$ . Поворот пластинки приводит

к смещению интерференционной картины. Это позволяет использовать пластинку  $P_2$  в качестве компенсатора возникающих в интерферометре небольших разностей хода.

С помощью описанного прибора Майкельсон осуществил в 1890 – 1895 гг. первое сравнение длины волны красной линии кадмия с длиной нормального метра. Для этой цели было изготовлено девять специальных эталонов длины. Каждый эталон представлял собой два параллельных зеркала  $A_1$  и  $A_2$ , укрепленных на металлическом основании (рис. 12). Расстояние между плоскостями зеркал определяло длину эталона. Первый эталон имел длину, равную 0,39 мм. Длина каждого следующего эталона превышала длину предыдущего почти точно в два раза. Последний, девятый, эталон имел длину 100 мм.

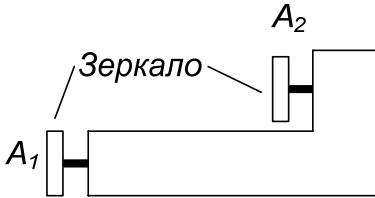


Рис. 12

Подобным образом производилось попарное сравнение всех эталонов. Последний десятисантиметровый эталон сопоставлялся с нормальным метром (работа производилась в Международном Бюро мер и весов в Севре близ Парижа). Эталон перемещался описанным выше способом десять раз. Совпадение зеркал эталона со штрихами нормального метра устанавливалось под микроскопом. Согласно полученным Майкельсоном результатам на длине нормального метра укладывается 1 553 163,5 длин волн красной линии кадмия.

Международная система единиц (СИ) устанавливает, что метр – это длина, равная 1650 763,73 длин волн в вакууме излучения, соответствующего переходам между уровнями  $2p_{10}$  и  $5d_5$  атома криптона-86. В настоящее время длины волн многих спектральных линий известны с большой степенью точности. Поэтому отпала необходимость непосредственного счета числа длин волн, укладывающихся на данной длине. На рис. 13 изображен так называемый эталон Фабри – Перо. Он состоит из двух стеклянных пластинок, прижатых к торцам

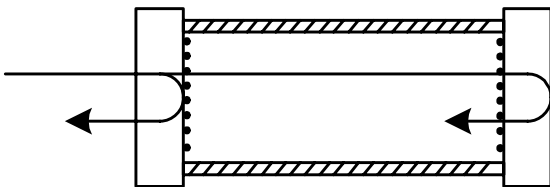


Рис. 13.

круглой трубы. Поверхности, отмеченные точками, покрыты тонким слоем серебра. Эти поверхности строго параллельны друг другу. Пучки монохроматического света, отразившиеся от посеребренных поверхностей, интерферируя, дают кольца равного наклона. Если, например, для двух длин волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  в центре картины получается светлое пятно, можно написать следующие соотношения

$$2l = \left(k_1 + \frac{1}{2}\right)\lambda_1, \quad 2l = \left(k_2 + \frac{1}{2}\right)\lambda_2, \quad (1.26)$$

где  $l$  — длина эталона,  $k_1$  и  $k_2$  – целые числа,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн в среде, находящейся внутри эталона.

Если величины  $l$ ,  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  известны с достаточной степенью точности, подбор целых чисел  $k_1$  и  $k_2$ , удовлетворяющих соотношениям (1.26), оказывается однозначным. Определив числа  $k_1$  и  $k_2$  можно выразить длину эталона в длинах волн  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

1. Для контроля за чистотой обработки металлических поверхностей высокого класса точности В. Линник разработал микроинтерферометр, представляющий комбинацию интерферометра и микроскопа.

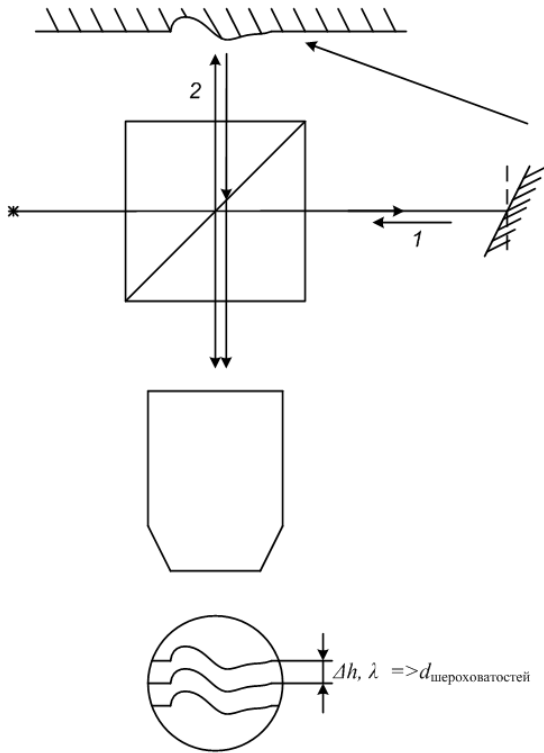


Рис. 14.

Если на исследуемой поверхности есть шероховатости, то изменяется ход второго луча (изменяется  $\Delta = l_1 - l_2$ ) и интерференционные полосы сдвигаются. Метод позволяет оценить чистоту обработки с точностью –  $0,01 \div 0,005 \text{ мкм}$ .

2. Интерференционный рефрактометр (интерферометр Маха-Цендера)

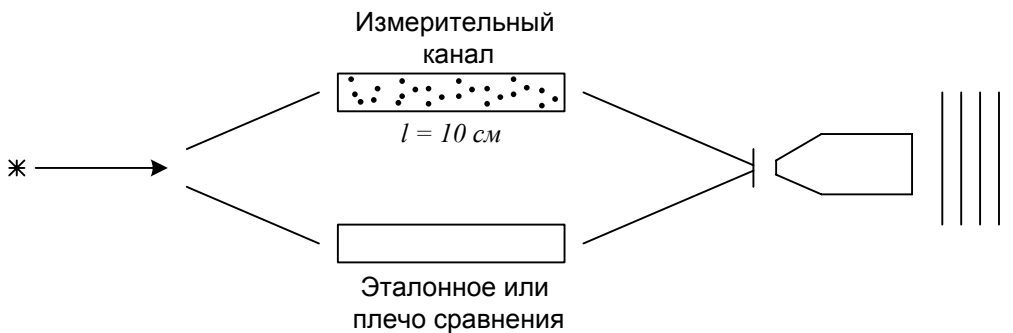


Рис. 15.

Сдвиг полосы на 0,2 её ширины вызывает изменение  $\Delta l = 10^{-6}$  (длина кювета 10 см).

### 3. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

#### §3.1. Принцип Гюйгенса – Френеля

Под дифракцией на бытовом уровне понимают эффект огибания волной препятствий. Однако, это упрощённое определение и в физике.

**Дифракцией называется совокупность явлений, наблюдаемых при распространении света в среде с резкими неоднородностями показателя преломления и связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.** Дифракция, в частности, приводит к огибанию световыми волнами препятствий и проникновению света в область геометрической тени. Огибание препятствий звуковыми волнами (т. е. дифракция звуковых волн) наблюдается постоянно в обыденной жизни. Для наблюдения дифракции световых волн необходимо создание специальных условий. Это обусловлено тем, что масштабы дифракции сильно зависят от соотношения размеров, препятствия и длины волны. При длине волны, сравнимой с размерами препятствия (что обычно имеет место для звуковых волн), дифракция выражена очень сильно. В случае, если, как это имеет место для света, длина волны значительно меньше размеров препятствия, дифракция, выражена слабо и обнаруживается с трудом.

Явление дифракции волн может быть объяснено с помощью **принципа Гюйгенса-Френеля**. (физики шутят, что в оптике нужно искать явление дифракции, а в радиофизике нужно искать способ избавиться от дифракции).

Наиболее полно этот вопрос освещён в книге **Калитиевский Н.И.** Волновая оптика. М. Наука. Коротко это выглядит следующим образом:

**Гюйгенс постулировал**, что каждая точка, до которой доходит световое возмущение, может рассматриваться как центр соответствующих вторичных волн. При этом волновой фронт распространяющейся волны в последующие моменты времени находят как огибающая этих вторичных волн.

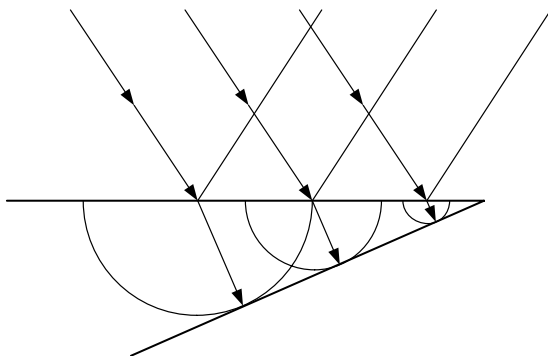


Рис. 16.

**Френель дополнил** этот постулат представлением об интерференции вторичных волн, т.е. предложил учесть фазовые соотношения считая вторичные волны поперечными. Учёт амплитуд и фаз вторичных волн позволяет найти амплитуду результирующей волны в любой точке пространства.

**Различают два случая дифракции.** Если источник света и точка наблюдения  $P$  расположены от препятствия настолько далеко, что лучи, падающие на препятствие, и лучи, идущие в точку наблюдения  $P$ , образуют практически параллельные пучки, говорят о **дифракции Фраунгофера** или о **дифракции в параллельных лучах**. В противном случае говорят о **дифракции Френеля**. Дифракцию Фраунгофера можно наблюдать, пометив за источником света  $S$  и перед точкой наблюдения  $P$  по линзе так, чтобы точки  $S$  и  $P$  оказались в фокальной плоскости соответствующей линзы.

### 3.2. Метод зон Френеля

Применим принцип Гюйгенса – Френеля для нахождения амплитуды светового колебания, возбуждаемого сферической волной, распространяющейся в однородной среде из точечного источника  $S$  (рис. 17).

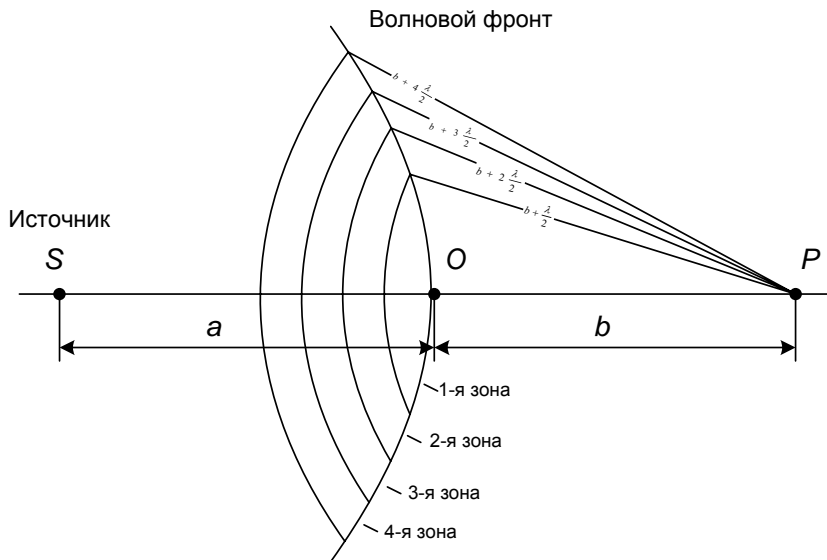


Рис. 17.

Согласно этому методу волновой фронт (будем называть **волновым фронтом** поверхность, которая соединяет все точки, колеблющиеся в одинаковой фазе) разбивается на отдельные участки, именуемые зонами. Разбиение на зоны должно удовлетворять двум условиям:

1. площади всех зон одинаковы,
2. расстояния от двух соседних зон до точки наблюдения отличаются на половину длины волны.

Первое условие означает, что амплитуды колебаний от всех зон в точке наблюдения будут одинаковыми, тогда как из второго условия следует, что колебания двух соседних зон складываются в противофазе. В этом случае вместо вычисления сложных интегралов достаточно подсчитать число зон. Если оно – четно – в точке наблюдения будет минимум освещенности (зоны попарно гасят друг друга), если же количество зон на участке волнового фронта, видимого из точки наблюдения, окажется нечетным – в ней будет конечная освещенность.

Для оценки вкладов от каждой зоны в суммарную освещенность используем метод векторных диаграмм. Для этого разобьем каждую зону на ряд узких «подзон» так, что каждая подзона отличалась от соседней лишь небольшим сдвигом по фазе. Колебания каждой из «подзон» будем представлять в виде вектора, длина которого определяется амплитудой колебаний (рис. 18). Площади «подзон» выберем одинаковыми. Как видно из рис.18, вектора каждой «подзоны» оказываются повернутыми относительно соседних на небольшой угол, но «подзоны» на противоположных краях зоны отличаются по фазе на  $180^\circ$ . Суммарное действие этих «подзон» изображается вектором E. Мы знаем, что для сферической волны

$$E = \frac{A}{r} \cos(\omega t - kr) \quad (1)$$

Нетрудно сообразить, что при устремлении ширины каждой «подзоны» к нулю, получившаяся ломаная линия превращается в плавную полуокружность.

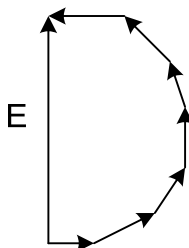


Рис. 18. Векторная диаграмма одной зоны.



Действие двух зон должно быть равным нулю, но оказывается, что амплитуды колебаний зон не совсем одинаковые. Их величина зависит от косинуса угла между нормалью к поверхности зоны и направлением на точку наблюдения. Результат сложения двух и трех зон показан на рис.19(б, в и г). Как следует из рисунка, действие двух зон практически взаимно уничтожаются, а амплитуда третьей зоны приблизительно равна амплитуде первой. Наши рассуждения можно продолжить. Действие всего волнового фронта  $A_0$ , когда препятствие отсутствует, будет иметь вид (рис. г).

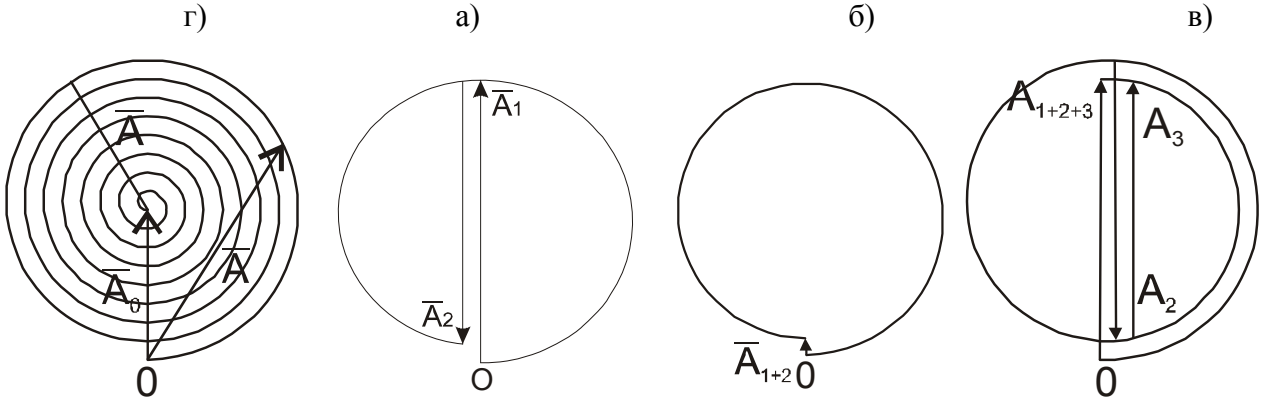


Рис. 19 –Векторные диаграммы для разного числа зон

Таким образом, амплитуды колебаний, возбуждаемых в точке  $P$  зонами Френеля, образуют монотонно убывающую последовательность:

$$A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_{m-1} > A_m > A_{m+1} > \dots \quad (2)$$

Фазы колебаний, возбуждаемых соседними зонами, отличаются на  $\pi$ . Поэтому амплитуда  $A$  результирующего светового колебания в точке  $P$  может быть найдена алгебраически:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \quad (3)$$

В это выражение все амплитуды от нечётных зон входят с одним знаком, а от чётных зон – с другим. Запишем (3) в виде:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \left( \frac{A_3}{2} - A_4 + \frac{A_5}{2} \right) + \dots \quad (4)$$

Вследствие монотонного убывания  $A_m$  можно приближённо считать, что

$$A_m = \frac{A_{m-1} + A_{m+1}}{2} \quad (5)$$

При этом условии выражения, заключённые в круглые скобки, будут равны нулю и формула (4) упрощается следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} \quad (6)$$

Полученный нами результат означает, что амплитуда, создаваемая в некоторой точке  $P$  сферической световой поверхностью, равна половине амплитуды, создаваемой одной лишь центральной зоной. Иными словами, действие всей волновой поверхности эквивалентно половине действия центральной зоны.

### §3.3. Дифракция Френеля на круговом отверстии

Применим метод зон к анализу так называемой дифракции Френеля. Мы имеем, когда источник света – точечный, и волновая поверхность имеет форму сферы. В качестве препятствия рассмотрим небольшое круглое отверстие в непрозрачном экране. Выберем

точку наблюдения  $O$  так, чтобы в отверстие укладывалось бы целое число зон Френеля. Пусть волновой фронт от точечного источника  $S$ ,

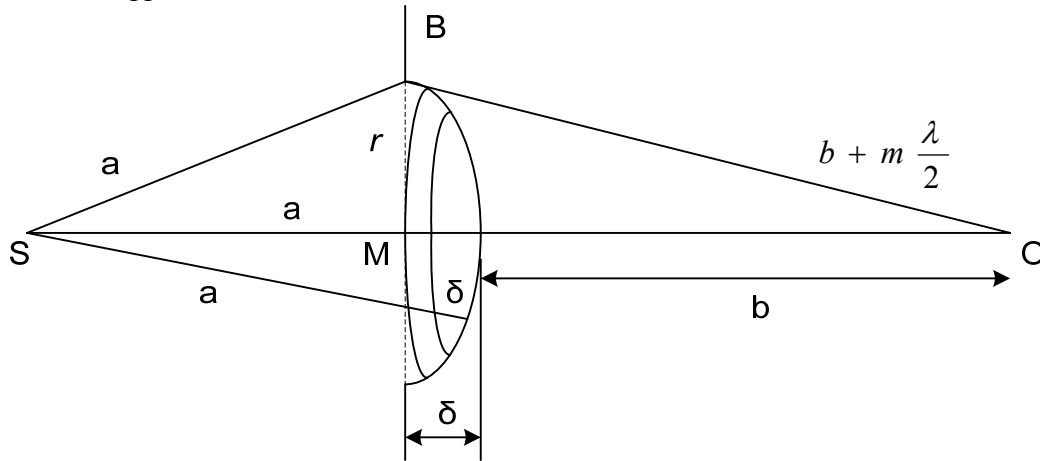


Рис. 20 – К вычислению радиуса зоны.

дошедший до экрана, имеет радиус  $SB = a$  (см. рис. 20). Расстояние от точки наблюдения  $O$  до плоскости экрана равно  $MO = b + \delta$ . Мысленно разобьём волновой фронт на концентрические зоны (на рис. 20 показана одна зона) так, что расстояние от  $n$  – зоны до точки наблюдения  $O$  равно  $b + n\lambda/2$ . Из треугольника  $SBM$  по теореме Пифагора получим:

$$MB^2 = SB^2 - SM^2 = r_n^2 = a^2 - (a - \delta)^2 \approx 2a\delta. \quad (7)$$

Аналогично из  $\triangle OMB$ :

$$MB^2 = OB^2 - OM^2 = r_n^2 = a^2 - (a - \delta)^2 \approx 2bm\frac{\lambda}{2} - 2b\delta \quad (8)$$

Члены, содержащие множители  $\lambda^2$  и  $\delta^2$ , отброшены как малые по сравнению с  $a$  и  $b$ . Приравнявая правые части уравнений (7) и (8), получим

$$2\delta(a+b) = bm\lambda \quad \delta = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$$

Выражая отсюда  $\delta$  и подставляя его в (7) получим формулу для радиуса любой зоны.

Площадь сферического сегмента равна  $S = 2\pi R h$  ( $R$  – радиус сферы,  $h$  – высота сегмента). Следовательно,

$$S_m = 2\pi a h_m = \frac{\pi a b}{a+b} m\lambda,$$

а площадь  $m$ -й зоны Френеля

$$\Delta S_m = S_m - S_{m-1} = \frac{\pi a b \lambda}{a+b}.$$

Полученное нами выражение не зависит от  $m$ . Это означает, что при не слишком больших  $m$  площади зон Френеля примерно одинаковы.

Произведём оценку радиусов зон. Согласно  $r_m^2 = 2ah_m - h_m^2$ . При не слишком больших  $m$  высота сегмента  $h_m \ll a$ , поэтому можно считать, что  $r_m^2 = 2ah_m$ . Подставив сюда

значение  $h_m = \frac{bm\lambda}{2(a+b)}$ , найдём радиус внешней границы  $m$ -й зоны Френеля:

$$r_m = \sqrt{\frac{ab}{a+b} m\lambda}. \quad (9)$$

И именно эта зона определяет амплитуду волны в точке наблюдения, т.е. фактически – прямолинейное распространение света.

Численные значения радиуса первой зоны можно оценить, полагая  $a \approx b \sim 1\text{м}$ ,  $\lambda \approx 0,5\text{мкм}$ . Постановка этих значений показывает, что  $r_1 \approx 0,3\text{мм}$ . Поэтому при диаметре

отверстия 1-2 мм в нем уложится 5-7 зон. Поскольку их амплитуды примерно одинаковы, результат сложения существенно зависит от числа зон. При нечетном числе зон в точке наблюдения будет максимум, а при четном - минимум освещенности. Рассмотрим, как будет изменяться результат сложения колебаний при изменении положения точки О. Если точка смещается вдоль оси SO, то характер разбиения на зоны не изменится, произойдет лишь изменение числа зон, укладывающихся в отверстие, т.е. будет наблюдаться чередование максимумом и минимумов освещенности. Если же точка О смещается перпендикулярно оси SO, то характер разбиения на зоны также не изменится, но произойдет поворот направления наблюдения относительно перпендикуляра, восстановленного из центра отверстия к плоскости экрана (см. рис. 20). Вследствие этого часть зон начнет закрываться, что приведет к изменению освещенности. Пусть для определенности в тот момент, когда точка наблюдения находится на оси OS, а в отверстии укладывается нечетное число зон (например - три).

Дифракция на отверстии – чередование темных и светлых колец, в центре может быть темное либо светлое пятно в зависимости от того четное или нечетное число зон мы «наблюдаем» из точки Р.

В соответствии с (3) амплитуда колебания в точке О будет равна:

$$A = A_1 - A_2 + A_3 - A_4 + \dots \pm A_m. \quad (10)$$

В этом выражении амплитуда  $A_m$  берётся со знаком плюс, если  $m$  нечетное, и со знаком минус, если  $m$  четное.

Формулу (4) можно записать следующим образом:

$$A = \frac{A_1}{2} + \left( \frac{A_1}{2} - A_2 + \frac{A_3}{2} \right) + \dots$$

$$\dots + \begin{cases} \left( \frac{A_{m-2}}{2} - A_{m-1} + \frac{A_m}{2} \right) + \frac{A_m}{2} & (m \text{ нечетное}), \\ \left( \frac{A_{m-3}}{2} - A_{m-2} + \frac{A_{m-1}}{2} \right) + \frac{A_{m-1}}{2} - A_m & (m \text{ четное}). \end{cases} \quad (11)$$

Как мы уже установили (см. выражения (4), (6)), выражения, заключенные в круглые скобки, можно положить равными нулю. Амплитуды от двух соседних зон мало отличаются по величине. Поэтому  $A_{m-1}/2 - A_m$  можно заменить через  $-A_m/2$ . В результате получится:

$$A = \frac{A_1}{2} \pm \frac{A_m}{2}, \quad (12)$$

где опять-таки знак плюс берётся для нечетных  $m$  и минус – для четных.

При малых  $m$  величина  $A_m$  мало отличается от  $A_1$ . Следовательно, при нечетных  $m$  амплитуда в точке Р будет приблизительно равна  $A_1$ , при четных  $m$  – нулю. **Таким образом, преграда с отверстием, открывающим небольшое нечетное число зон, не только не ослабляет свет в точке Р, но, напротив, приводит к увеличению амплитуды почти в два раза, а интенсивности – почти в четыре раза.**

### §3.4. Дифракции Френеля на круглом экране

Пусть препятствием служит теперь небольшой непрозрачный диск, и пусть радиус волнового фронта настолько велик, что волновая поверхность Z практически совпадает с плоской поверхностью диска (рис.21). Разобьем волновой фронт на зоны способом, аналогичным изложенном в предыдущем параграфе. В точку наблюдения В приходят все колебания волнового фронта за исключением тех зон, которые закрыты диском. Это суммарное колебание на векторной диаграмме (см. рис.19) изобразится вектором А0. Начало вектора соответствует точке, лежащей на краю диска. При изменении расстояния от диска до точки В число закрытых зон будет меняться, и начало вектора А0 станет описывать окружность вокруг центра спирали, тогда как конец вектора всегда находится в ее центре.

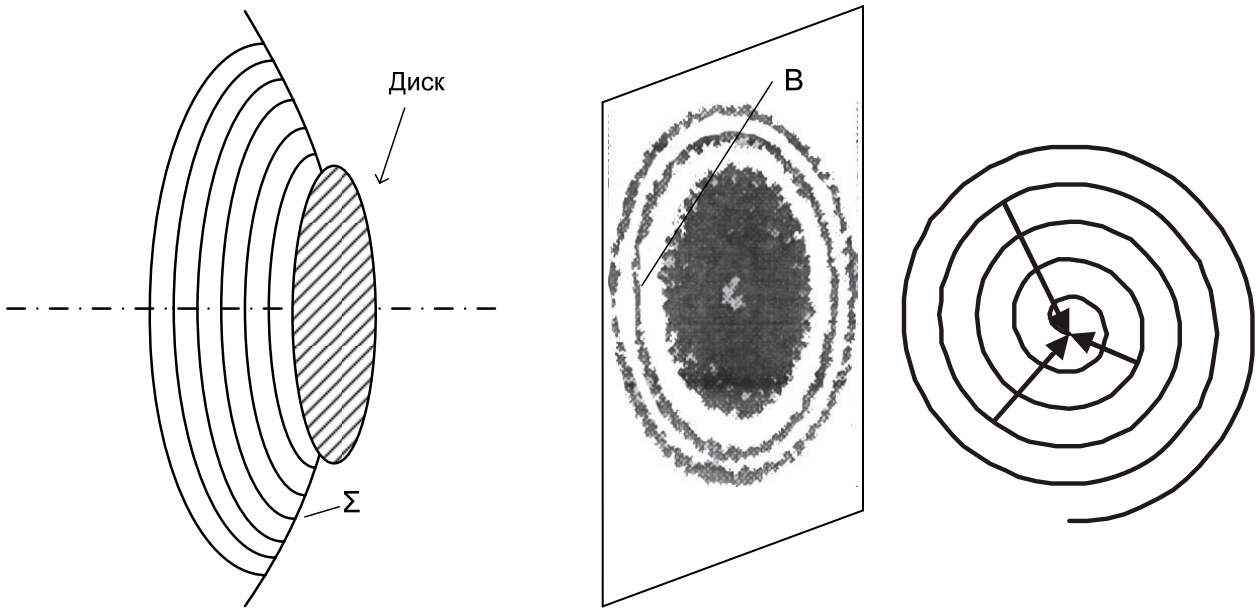


Рис.21 Дифракция на круглом экране

При большом числе открытых зон длина вектора почти не изменяется. Поэтому в точке  $B$  будет наблюдаться светлое пятно (пятно Пуассона).

Если диск закрывает  $m$  первых зон Френеля. Тогда амплитуда световой волны в точке  $P$  будет равна:

$$A = A_{m+1} - A_{m+2} + A_{m+3} - \dots = \frac{A_{m+1}}{2} + \left( \frac{A_{m+1}}{2} - A_{m+2} + \frac{A_{m+3}}{2} \right) + \dots \quad (13)$$

Так как выражения, стоящие в скобках, можно положить равными нулю, получаем

$$A = \frac{A_{m+1}}{2}. \quad (14)$$

Таким образом, в случае непрозрачного круглого диска дифракционная картина имеет вид чередующихся concentрических светлых и тёмных колец. В центре картины при любом (как чётном, так и нечётном)  $m$  получается светлое пятно (рис. 22).

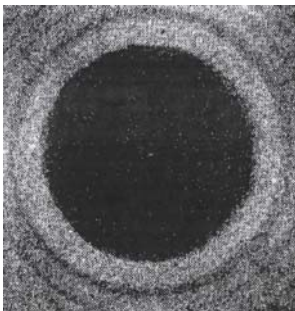


Рис. 22

Светлое пятнышко в центре тени, отбрасываемой диском, послужило причиной инцидента, происшедшего между Пуассоном и Френелем. Парижская Академия наук предложила дифракцию света в качестве темы на премию за 1818 г. Устроители конкурса были сторонниками корпускулярной теории света и рассчитывали, что конкурсные работы принесут окончательную победу их теории. Однако на конкурс была представлена Френелем работа, в которой все известные к тому времени оптические явления объяснялись с волновой точки зрения.

Рассматривая работу Френеля, Пуассон, бывший членом конкурсной комиссии, обратил внимание на то, что из теории Френеля вытекает «нелепый» вывод: в центре тени, отбрасываемой небольшим круглым диском, должно находиться светлое пятно. Араго тут же произвел опыт и оказалось, что такое пятно действительно есть. Это принесло победу и

всеобщее признание волновой теории света. Аналогично можно рассмотреть дифракцию от прямолинейного края полуплоскости.

### §3.5. Дифракция Фраунгофера

Этот вид дифракции наблюдается в параллельных лучах, когда волновой фронт становится плоским, а зоны Френеля принимают вид узких прямоугольных полосок. Оптическая схема наблюдения этого вида дифракции представлена на рис.50.

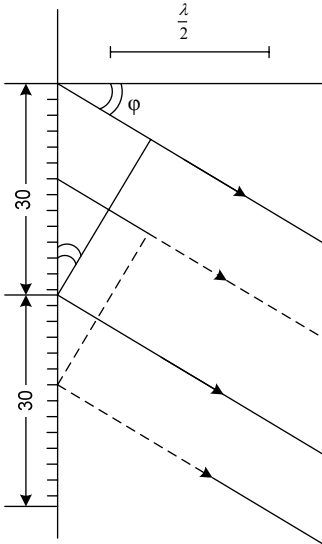


Рис. 23

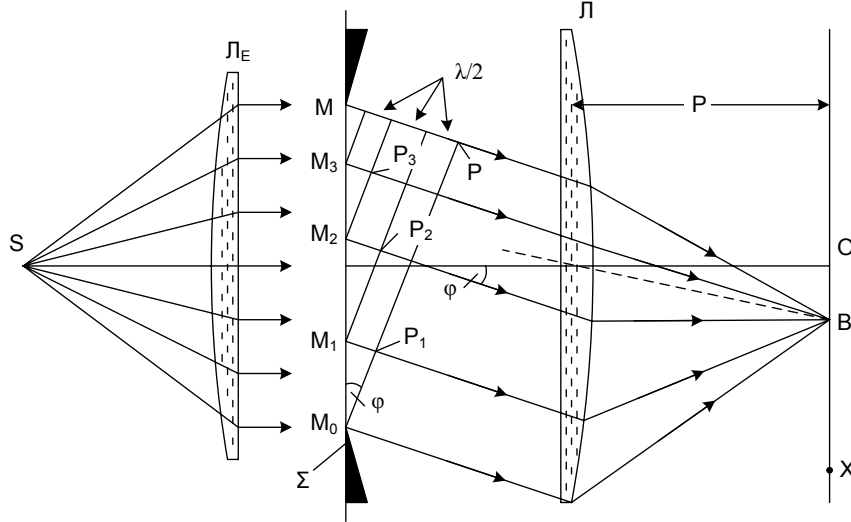


Рис.24. Дифракция на щели.

В роли препятствия здесь выступает узкая прямоугольная щель (узкая сторона щели лежит в плоскости рисунка). Разбиение поверхности щели на зоны Френеля осуществляется следующим образом: через край щели (точка  $M_0$ ) проводится плоскость ( $M_0P$ ), перпендикулярная идущим в точку наблюдения лучам, а затем проводятся параллельные ей плоскости, отстоящие друг от друга на полволны. Эти плоскости, пересекая плоскость щели, разбивают ее на зоны Френеля, которые представляют собой полосы, параллельные краям щели: границы зон изображаются  $M_0, M_1, M_2, \dots$ , а отрезки  $M_0M_1, M_1M_2$  определяют ширину первой, второй и т.д. зон. Предположим, что угол  $\varphi$  выбран таким образом, что на ширине щели укладывается целое число зон, т.е.  $MP = k\lambda/2$  ( $k = 1, 2, 3, \dots$ ). В то же время из  $\Delta M_0PM$  следует, что  $MP = MM_0 \sin \varphi$  или  $MP = b \sin \varphi$ . Если число зон чётное ( $k = 2m$ ), то выбранное направление соответствует минимуму освещённости (зоны попарно гасят друг друга), а если число зон – нечётно ( $k = 2m-1$ ), то максимуму.

Таким образом, имеем:

$$b \sin \varphi = \pm m \lambda - \text{условие минимума}, \quad (15)$$

$$b \sin \varphi = \pm (2m-1) \lambda / 2 - \text{условие максимума} \quad (16)$$

При движении точки наблюдения в направлении, перпендикулярном плоскости рисунка (вдоль длинной стороны щели) картина не изменяется, и на экране видны чередующиеся темные и светлые полосы. Однако интенсивности светлых полос быстро убывают так, что практически с трудом удастся наблюдать более двух таких полос с каждой стороны от центрального максимума.

Интенсивность света пропорциональна квадрату амплитуды. Следовательно,

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2 [(\pi / \lambda) b \sin \varphi]}{[(\pi / \lambda) b \sin \varphi]^2} \quad (17)$$

где  $I_0$  – интенсивность света в середине дифракционной картины (против центра линзы),  $I_\varphi$  – интенсивность в точке, положение которой определяется данным значением  $\varphi$ .

График функции (17) изображен на рис.25. По оси абсцисс отложены значения  $\sin \varphi$ , по оси ординат – интенсивность  $I_\varphi$ . Количество минимумов интенсивности определяется отношением ширины щели  $b$  и длины волны  $\lambda$ . Из условия (24.2)  $\sin \varphi = \pm k\lambda/b$ . Модуль  $\sin \varphi$  не может превзойти единицу. Поэтому  $k\lambda/b \leq 1$ , откуда

$$k \leq \frac{b}{\lambda}. \tag{18}$$

При ширине щели, меньшей длины волны, минимумы вообще не возникают. В этом случае интенсивность монотонно падает от середины картины к её краям.

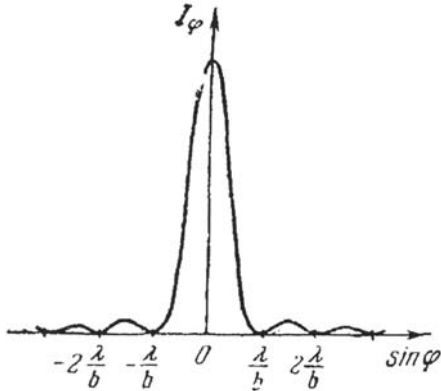
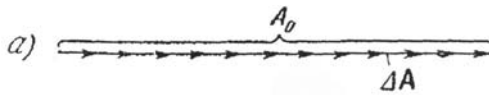


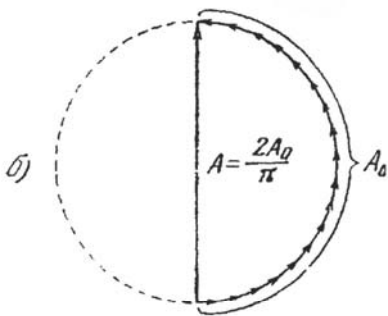
Рис. 25.

Значения угла  $\varphi$ , отвечающие краям центрального максимума, удовлетворяют условию :  $b \sin \varphi = \pm \lambda$ , откуда  $\varphi = \pm \arcsin (\lambda/b)$ . Следовательно угловая ширина центрального максимума равна



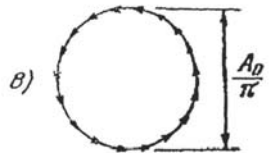
$$\delta\varphi = 2 \arcsin \frac{\lambda}{b}. \tag{19}$$

В случае, если  $b \gg \lambda$ ,  $\sin(\lambda/b)$  можно положить равным  $\lambda/b$ . Тогда формула для угловой ширины центрального максимума упрощается следующим образом:



$$\delta\varphi = \frac{2\lambda}{b}. \tag{20}$$

Решим задачу о дифракции Фраунгофера от щели методом графического сложения амплитуд. Разобьем открытую часть волновой поверхности на одинаковые по ширине очень узкие зоны. Колебание  $\Delta A$  от каждой такой зоны имеет одинаковую амплитуду и отстает от предыдущего колебания по фазе на одну и ту же величину  $\delta$ , зависящую от угла



### § 3.6. Дифракционная решетка

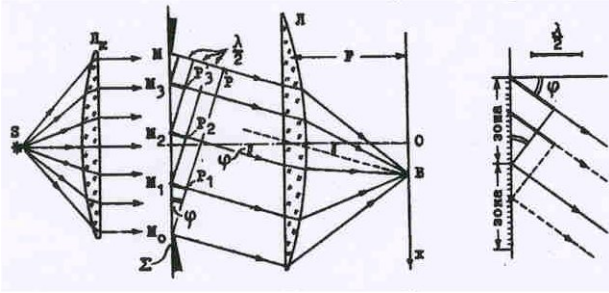


Рис.27. Дифракция на щели

Возьмем теперь в качестве препятствия дифракционную решетку, т.е. непрозрачную пластинку с одинаковыми параллельными равноотстоящими друг от друга щелями (рис.27). Обозначим, как и прежде, ширину щели  $b$ , а ширину непрозрачного участка –  $a$ . Величину  $d=a+b$  назовем **периодом или постоянной решетки**. Выбирая ту же волновую поверхность, что и при рассмотрении дифракции

на одной щели, и применяя принцип Гюйгенса-Френеля, можно заметить, что теперь в каждой точке экрана для наблюдений собираются лучи, идущие от всех  $N$  щелей. Для вычисления результата сложения выделим в каждой щели одинаковые точки (например-верхние). Две таких точки в соседних щелях при заданном угле  $\varphi$  имеют разность фаз, равную

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi .$$

В точке наблюдения колебания от всех щелей сложатся в одинаковых фазах, если разность фаз  $\delta$  равна  $2\pi n$  ( $n=0,1,2,\dots$ ), т.е.  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \varphi = 2\pi n$ , откуда получается условие максимумов  $d \sin \varphi = n \lambda$ .

Можно показать, что кроме этих максимумов существуют еще другие, положения которых зависит от числа щелей, но интенсивность их крайне не значительна. Чтобы различать эти максимумы с теми, которые удовлетворяют условию  $d \sin \varphi = n \lambda$ , принято называть их дополнительными максимумами, а максимумы, соответствующие условию  $d \sin \varphi = m \lambda$  - главными. Значение числа  $n$  определяет порядок главного максимума (первый максимум, второй и т.д) Между максимумами должны располагаться минимумы освещенности, но с практической точки зрения они не представляют особого интереса и в нашем курсе не рассматриваются.

Полученные условия главных максимумов справедливы для одной длины волны света. Если же свет – белый, то для каждого из его составляющих цветов условия максимумов будут соответствовать различным углам  $\varphi$ , т.е. на экране получится набор цветных полос. Другими словами, дифракционная решетка позволяет анализировать спектральный состав световых лучей. Поэтому решетку можно использовать как спектральный аппарат. Все спектральные аппараты характеризуются такими величинами как дисперсионная область, угловая дисперсия и разрешающая способность.

Дисперсионная область  $G$  определяет ширину спектрального интервала от  $\lambda$  до  $\lambda + \Delta \lambda$ , в котором максимумы для различных волн не перекрываются друг с другом. Величина  $G = \lambda/m$ , где  $m$  - порядок максимума.

Угловая дисперсия  $D$  определяет угловое расстояние между волнами, длина которых отличается на единицу (длины). Выражение для определения  $D$  можно получить, дифференцируя условия главных максимумов  $d \cos \varphi = m \lambda$ . Отсюда  $D$  определяется как

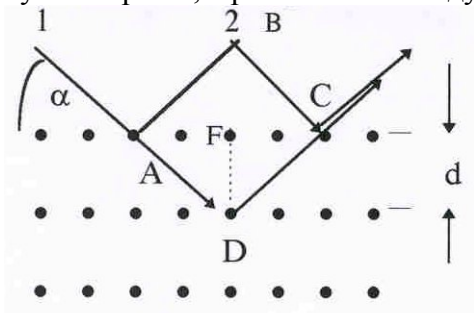
$$D = \frac{m}{d \cos \varphi} .$$

Под разрешающей способностью  $R$  подразумевается возможность спектрального аппарата различать линии, соответствующие близким значениям длин волн  $\lambda$  и  $\lambda + \delta \lambda$ . Она определяется выражением

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda}$$

### § 3.7 Дифракция рентгеновских лучей

Рентгеновскими лучами называют электромагнитное излучение, длина волн которого примерно равна  $10^{-10}$  м. Длина волны рентгеновских лучей много меньше световых волн, поэтому наблюдать дифракцию этих лучей в стандартных схемах не удастся. Препятствиями, размеры которых сравнимы с длиной волны рентгеновских лучей, могут служить лишь межатомные расстояния в твердых телах. Схема дифракции показана на рис.28. Атомы кристалла расположены в правильном порядке, образуя плоскости, отражающие лучи. Коэффициент преломления лучей близок к единице, и лучи отражаются от различных плоскостей без заметного преломления ( $n_p \approx 1$ ). Обозначая угол скольжения лучей через  $\alpha$ , а расстояние между отдельными слоями через  $d$ , можно заметить, что



разность хода между интерферирующими лучами  $\Delta = AD + DC - BC$ .

Из треугольника ADF  
 $AD = FD/\sin\alpha$ ;  $AF = d\tg\alpha$ ,  
 а из треугольника ABC  
 $BC = 2AF\cos\alpha$ .

С учетом того, что  $AD = DC$ , имеем:

$$\Delta = \frac{2d}{\sin\alpha} - \frac{2d\cos^2\alpha}{\sin\alpha} = 2d\sin\alpha.$$

Рис.28. Дифракция рентгеновских лучей.

Условие максимума будет выполняться при

$$2d\sin\alpha = k\lambda,$$

где  $k$  – целое число.

Полученная формула носит название **формулы Вульфа – Брэггов**.

Рассмотренный случай дифракции относится к конкретным межатомным плоскостям и монохроматическому излучению, что заметно упрощает анализ условий образования максимумов. В действительности же межатомные плоскости могут быть ориентированы произвольным образом, причем в роли интерферирующих лучей могут выступать лучи, отраженные не только от соседних плоскостей. Кроме того, следует иметь в виду, что реальные кристаллические структуры имеют три измерения, каждому из которых могут соответствовать различные условия образования максимумов. Тем не менее рентгенографический метод анализа кристаллов нашел широкое применение в петрографии, рентгеноструктурном анализе и ряде других приложений.

## 4. Поляризация света.

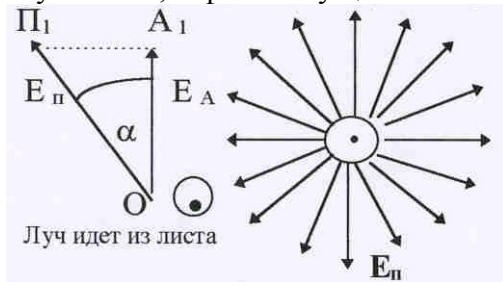
### Взаимодействие света с веществом

#### §4.1 Явление поляризации

Обычно считается, что понятие поляризации связано с сохранением неизменной ориентации плоскости колебаний. Говорить о поляризации имеет смысл только для



поперечных колебаний. Свет, как мы знаем, является электромагнитной волной, а эти волны – поперечны и поляризованы так, что, казалось бы, световые колебания всегда должны быть поляризованы. Однако мы знаем, что световые волны испускаются отдельными цугами, продолжительность которых не превышает  $10^{-8}$  сек. Процесс испускания является случайным, и фаза испущенной волны, а также ориентации векторов  $E$  и  $B$  в плоскости,



перпендикулярной направлению излучения, могут быть любыми. Т.к. вектора  $E$  и  $B$  в волне жестко связаны друг с другом, имеет смысл рассматривать лишь один из них (пусть, для определенности, это будет вектор  $E$ ). В среднем, в любой волне все допустимые ориентации вектора  $E$  равновероятны (см. рис.29). Существуют приспособления, называемые поляризаторами, которые обладают способностью пропускать через себя световые лучи только с одним

Рис.29. Прохождение света через анализатор и поляризатор.

направлением плоскости колебаний электрического вектора  $E$ , так что на выходе поляризатора свет становится плоско (линейно) поляризованным. Человеческий глаз не в состоянии обнаружить, поляризован свет или неполяризован. Для того, чтобы обнаружить это, необходимо использовать второе такое же приспособление, которое называют анализатором. Если направление пропускания анализатора и поляризатора совпадают, луч света на выходе из анализатора имеет максимальную интенсивность. При произвольном угле  $\alpha$  между направлениями анализатора и поляризатора (см.рис.29) амплитуда световых колебаний, выходящих из анализатора

$$E_A = E_{\parallel} \cos \alpha,$$

где  $E_{\parallel}$  – амплитуда колебаний на выходе из поляризатора.

В электромагнитной волне плотность энергии (интенсивность) пропорциональна квадрату амплитуды колебаний  $E$ , т.е.  $I_{\parallel} \sim E_{\parallel}^2$  и  $I_A \sim E_A^2$ . На основании этого получаем:

$$I_A = I_{\parallel} \cos^2 \alpha.$$

Это соотношение называется **законом Малюса**

## §4.2 Закон Брюстера

Простейшим приспособлением для поляризации света может служить прозрачное диэлектрическое зеркало. Пусть на диэлектрик (см. рис.30) падает луч естественного света.

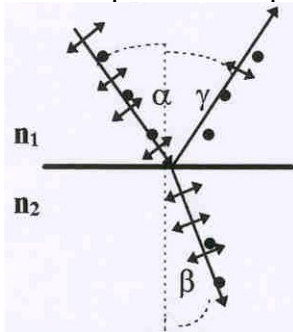


Рис.30. Поляризация света при отражении и преломлении.

Обозначим через  $n_2$  коэффициент преломления диэлектрика, а через  $n_1$  – коэффициент преломления среды, откуда падает свет ( $\alpha$  - угол падения,  $\beta$  - угол преломления). Условимся изображать направление колебаний вектора  $E$  в виде точек или тонких черточек, где точка изображает направление вектора, перпендикулярное плоскости чертежа, а черточка означает, что вектор  $E$  лежит в плоскости чертежа. В естественном свете равновероятны все направления колебаний  $E$ , что изображается в виде того, что количество точек и черточек одинаково. Опыт показывает, что отраженный и преломленный лучи становятся частично поляризованными, причем в отраженном свете преобладающими становятся колебания, плоскость которых перпендикулярна плоскости чертежа, а в преломленном

предпочтительнее оказываются направления колебаний в плоскости чертежа (на рис. это изображается в виде преимущества числа точек или черточек). Существует угол падения, при котором отраженные лучи становятся полностью поляризованными. Этот угол

называется углом Брюстера, его значение связано с отношением  $n_2/n_1 = n_{21}$ , т.е. относительным показателем преломления:

$$\operatorname{tg}\alpha = n_{21}.$$

Качественное объяснение этого закона следует из рассмотрения микроскопической картины распространения свет в веществе. Рассмотрим упрощенную модель взаимодействия света с веществом, согласно которой переменное электрическое поле световой волны приводит в движение атомы вещества. Атом же представим как диполь, где роль отрицательного заряда играет внешний электрон, а вся остальная часть атома рассматривается как положительный заряд (ион). Т.к. масса положительного иона во много раз (более 2000) больше, чем масса электрона, можно рассматривать лишь колебания электрона. Строгая теория электромагнетизма показывает, что колеблющийся диполь становится излучателем электромагнитных волн, причем интенсивность излучения различна в разных направлениях. Для иллюстрации анизотропности излучательной способности

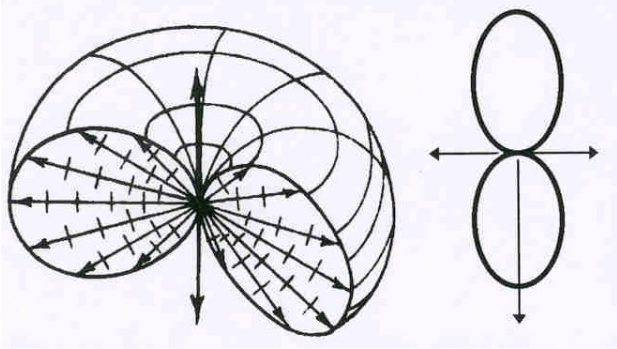


Рис.31. Индикатрисса излучения диполя.

диполя строится диаграмма (индикатрисса), на которой интенсивность излучения в заданном направлении изображается в виде вектора. Длина этого вектора и характеризует интенсивность излучения. Пространственное изображение индикатриссы приведено на рис.31. В правой части рисунка показано сечение диаграммы вертикальной плоскостью, проходящей через центр диаграммы.

Положения рассмотренной модели применим для объяснения закона Брюстера. В падающем на границу раздела двух сред естественном свете вектор  $E$  принимает всевозможные направления (см.рис.32), но без ограничения общности можно рассматривать лишь два:

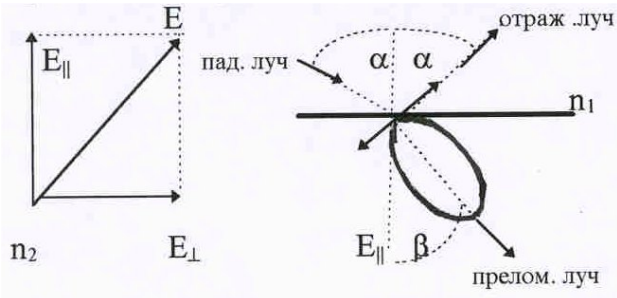


Рис.32 К выводу закона Брюстера.

$E_{\perp}$  и  $E_{\parallel}$ , т.к. любой вектор  $E$  можно представить как их сумму (см. левую часть рис.32). Вектор  $E_{\perp}$  соответствует колебаниям, которые происходят в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа, а  $E_{\parallel}$  характеризует колебания в этой плоскости. Представляет интерес рассмотреть лишь составляющую  $E_{\parallel}$ . Если диполь излучает волну  $E_{\parallel}$  в направлении преломленного луча ( правая часть рис.32),

то из диаграммы направленности следует, что в направлении, перпендикулярном этому лучу, никакого излучения не происходит. В этом направлении излучаются лишь волны с напряженностью  $E_{\perp}$ . Из этого следует, что если луч преломленный и луч отраженный перпендикулярны друг другу, то в отраженном свете полностью отсутствуют колебания с  $E_{\perp}$ . Из рисунка видно, что  $\beta + \alpha + 90^{\circ} = 180^{\circ}$ , или  $\beta + \alpha = 90^{\circ}$ , тогда как из закона преломления

следует, что  $\sin\alpha = n_{21} \sin\beta$ . Подставляя в закон преломления  $\beta = 90^\circ - \alpha$ , получим  $\sin\alpha = n_{21}\sin(90^\circ - \alpha) = n_{21}\cos\alpha$ , т.е.

$$\operatorname{tg}\alpha = n_{21}.$$

## 5. Взаимодействие света с веществом

### §5.1 Поглощение света

При прохождении света через вещество часть энергии световой волны поглощается, переходя во внутреннюю энергию вещества. Для оценки величины этих потерь рассмотрим световой поток, распространяющийся вдоль оси  $x$  (рис.57). Опыт показывает, что при прохождении очень тонкого слоя вещества толщиной  $dx$  относительная убыль

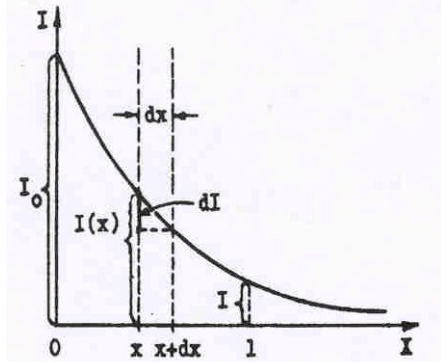


Рис.33. Изменение интенсивности света при его поглощении.

интенсивности, т.е. отношение изменения интенсивности  $dI$  в этом слое к интенсивности падающего света  $I(x)$  (см.рис.57), пропорциональна толщине слоя:

$$\frac{dI}{I} = -Kdx,$$

где коэффициент  $K$ , зависящий от свойств вещества, называется коэффициентом поглощения. Знак минус отражает убывание интенсивности с ростом  $x$ . Изменение интенсивности света при прохождении слоя конечной толщины  $x$  находится путем прямого интегрирования вышеприведенной формулы:

$$\int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^x Kdx.$$

Потенцируя последнюю формулу, получим известный **закон Бугера**:  $I = I_0 e^{-Kx}$ .

### § 5.2 Рассеяние света

Плоская волна, распространяющаяся в однородной среде, остается плоской. Однако если среда неоднородна и в ней имеются включения с другими оптическими свойствами, то кроме волны, распространяющейся в первоначальном направлении, появляются волны, рассеянные в стороны. Эти волны уносят часть энергии и уменьшают интенсивность первоначального луча. Характер рассеяния зависит от размеров и природы неоднородностей. Если их размеры больше длины волны, то наблюдается чисто геометрическое рассеяние. Это касается прежде всего твердых частиц, взвешенных в воздухе. Падающий на разные участки поверхности частицы солнечный свет отражается под различными углами. Если при этом спектральный состав света не меняется, то рассеянный свет остается белым (примером этого может служить белый цвет неба в пустынях, когда восходящие воздушные потоки переносят в верхние слои атмосферы мелкие частицы песка). В целом наблюдаемая картина рассеяния очень чувствительна к размерам и форме неоднородностей (радуга и гало вокруг солнца, вызванные наличием в земной атмосфере соответственно капелек и льдинок).

Если размеры неоднородностей существенно меньше длин волн света, то интенсивность рассеянного света удовлетворяет закону Рэлея:  $I_{\text{рас}} \sim I_0 \omega^4$ , где  $\omega$  - частота падающего света, причем интенсивность рассеянного света различна по разным направлениям (т.е. анизотропна). Сильная зависимость интенсивности рассеянного света от частоты означает,



Рис.34. Рассеяние света в атмосфере.

что существенно сильнее рассеиваются волны с большей частотой. В частности, если через среду идет волна от источника белого света (от Солнца - см.рис.34), то при наблюдении сбоку среда кажется голубоватой, а сам источник на просвет выглядит более красным. Этим объясняется голубой цвет неба и красный цвет зари. Разные цветовые оттенки получаются из-за

разных геометрических расположении источника и наблюдателя. Так в глаз наблюдателя 1 ( см.рис.) приходит прямой луч, тогда как наблюдатель 2 видит, в основном, рассеянные лучи.

### § 5.3 Дисперсия света

Дисперсией называется зависимость скорости распространения световой волны в среде от частоты. Поскольку скорость волны однозначно связана с показателем преломления среды ( $v = c/n$ ;  $n = \sqrt{\epsilon}$ ), то нашей задачей будет выяснение характера зависимости диэлектрической постоянной от частоты. Здесь уместно напомнить, что  $\epsilon = 1 + \kappa$  ( $\kappa$  -

$$\kappa = \frac{eE}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2\beta^2}},$$

диэлектрическая восприимчивость, определяющая соотношение между поляризацией вещества  $P$  и действующем электрическим полем  $E$  :  $P = \epsilon_0 \kappa E$  ). В то же время величина вектора поляризации определялась как суммарный дипольный момент единичного объема:

$$P = Nq\bar{x},$$

где величина  $q\bar{x}$  характеризует дипольный момент каждой молекулы диэлектрика. При решении задачи будем пользоваться той же моделью, что применялась ранее при рассмотрении закона Брюстера. Под действием переменного электрического поля световой волны расстояние электрона до положительного иона периодически изменяется, т.е. электрон совершает вынужденные колебания под действием внешней периодической силы. Вид этого уравнения, и его решение уже изучались (см уравнение колебаний в контуре). Поэтому можно сразу написать выражение для амплитуды колебаний электрона в атоме:

где  $\beta$  характеризует затухание колебаний, а  $\omega_0$  может рассматриваться как собственная частота колебаний электрона в атоме. Для упрощения математических выкладок будем пренебрегать затуханием, т.е положим  $\beta = 0$ . Тогда величина поляризации равна:

$$P = Ne^2 \frac{E}{m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

С другой стороны, выше указывалось, что  $P = \epsilon_0 \kappa E$ , поэтому

$$\kappa = Ne^2 \frac{1}{m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

Тогда

$$\epsilon = 1 + \kappa = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)};$$

Учитывая, что в нашем случае  $\epsilon = n^2$ , то

$$n^2 = 1 + \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)}.$$

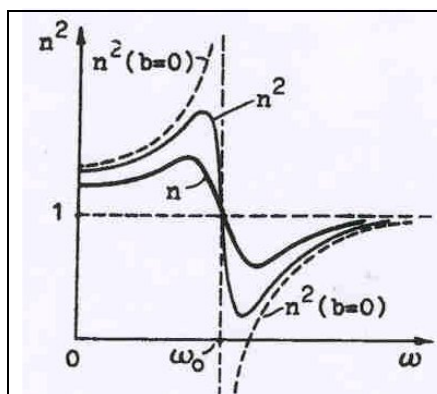


Рис.35 Частотная зависимость показателя преломления.

График частотной зависимости в сделанных упрощениях показан на рис.35. Из рис. видно, что вдали от резонансной частоты показатель преломления (точнее  $n^2$ ) возрастает пропорционально квадрату частоты. Такая частотная зависимость получила название нормальной дисперсии. Когда же частота внешних колебаний приближается к частоте собственных, амплитуда возрастает неограниченно. Ясно, однако, что этот результат есть следствие наших упрощений. При наличии затухания кривая имеет конечный максимум (см. рис.35). Вблизи резонансной кривой показатель преломления имеет другой характер зависимости. Говорят, что - это область аномальной дисперсии, т.к. для нее величина  $n^2$  падает с ростом частоты, причем это наблюдается на фоне повышения поглощения света (амплитуда колебаний электрона возрастает).

## 6. Законы теплового излучения

### §6.1. Тепловое излучение

В нагретых телах часть внутренней энергии вещества может превращаться в энергию излучения. Поэтому нагретые тела являются источниками электромагнитного излучения в широком диапазоне частот. Это излучение называют *тепловым излучением*.

Эксперименты показывают, что тепловое излучение имеет непрерывный спектр. Это означает, что нагретое тело испускает некоторое количество энергии излучения в любом диапазоне частот или длин волн. Распределение энергии излучения тела по спектру зависит от температуры тела. При этом для всех тел с увеличением температуры максимум энергии излучения смещается в коротковолновый участок спектра, а общая энергия излучения возрастает. Так, если излучение батареи центрального отопления ( $T \approx 350$  К) имеет пик энергии в диапазоне невидимого инфракрасного излучения, то раскаленная поверхность Солнца ( $T \approx 6 \cdot 10^3$  К) излучает значительную часть энергии в диапазоне видимого света, а при ядерном взрыве ( $T \approx 10^6$  К) большая доля энергии взрыва уносится коротковолновыми рентгеновским и гамма- излучением.

Если несколько нагретых излучающих тел окружить идеально отражающей, непроницаемой для излучения оболочкой (рис. 36), то по истечении некоторого промежутка времени в системе "излучающие тела + излучение в полости" установится термодинамическое равновесие. Это означает, что температуры всех тел выровняются, а распределение энергии между телами и излучением не будет изменяться со временем. Такое равновесное состояние системы устойчиво, то есть после всякого нарушения его, состояние равновесия вновь восстанавливается. Термодинамическое равновесие установится и в полости, стенки которой выполнены из любого реального материала и поддерживаются при некоторой неизменной температуре.

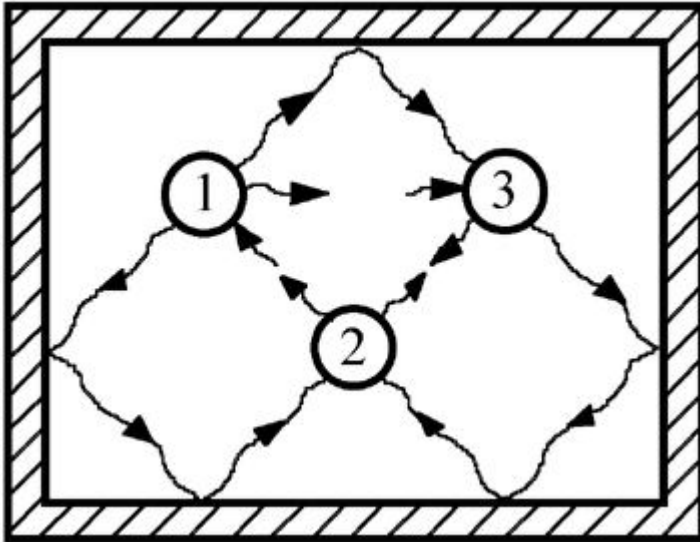


Рис. 36.

**Способность теплового излучения находиться в равновесии с излучающим телом отличает тепловое излучение от других видов излучения тел.** Поэтому, такое излучение, находящееся в равновесии с излучающим телом, будем называть **равновесным**.

**Равновесному излучению можно приписать температуру тела, с которым оно находится в равновесии, распространив при этом законы равновесной термодинамики на тепловое излучение.** Это означает, что для равновесного теплового излучения можно определить и рассчитать внутреннюю энергию, давление, энтропию и другие термодинамические характеристики, которые не будут изменяться со временем.

**Равновесное тепловое излучение однородно**, то есть его плотность энергии одинакова во всех точках внутри полости, где оно заключено. Такое излучение **изотропно и неполяризовано** - оно содержит все возможные направления распространения и направления колебаний векторов  $\vec{E}$  и  $\vec{H}$ .

### Характеристики теплового излучения.

Для описания спектрального состава теплового излучения рассмотрим энергию, излучаемую единицей поверхности нагретого тела в единицу времени в узком диапазоне частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ . Этот поток лучистой энергии  $dR$ , испускаемый с единицы поверхности тела по всем направлениям, пропорционален ширине спектрального диапазона, то есть  $dR = r d\omega$ . Энергию  $r$ , приходящуюся на единичный диапазон частот, называют **спектральной испускательной способностью** тела или **спектральной плотностью энергетической светимости**. Опыт показывает, что для каждого тела испускательная способность является определенной функцией частоты, вид которой изменяется при изменении температуры тела  $T$ . В дальнейшем для такой функциональной зависимости  $r = r(\omega, T)$ , рассматриваемой при заданном значении температуры тела как некоторая функция частоты, будем использовать принятое в теории теплового излучения обозначение:  $r(\omega, T) \equiv r_{\omega, T}$ .

Суммарный поток энергии излучения с единицы поверхности тела по всему диапазону частот

$$R = \int_0^{\infty} r_{\omega, T} d\omega \tag{6.6}$$

называется *интегральной испускательной способностью* тела или его *энергетической светимостью*. В системе СИ энергетическая светимость измеряется в Вт/м<sup>2</sup>, а спектральная испускательная способность имеет размерность Дж/м<sup>2</sup>.

Испускательную способность тела можно представить и как функцию длины волны излучения  $\lambda$ , которая связана с частотой  $\omega$  через скорость света в вакууме  $c$  по формуле  $\lambda = 2\pi c/\omega$ . Действительно, выделяя потоки излучения, приходящиеся на интервал частот  $d\omega$  и на соответствующий ему интервал длин волн  $d\lambda$ , и приравнивая их друг другу, находим, что

$$r_{\omega,T} d\omega = r_{\lambda,T} d\lambda. \quad (6.2)$$

Отсюда получаем формулу связи между испускательными способностями по шкале частот и шкале длин волн

$$r_{\lambda,T} = r_{\omega,T} \cdot \frac{d\omega}{d\lambda} = r_{\omega,T} \cdot \frac{2\pi c}{\lambda^2}. \quad (6.3)$$

Знак "минус" у производной  $d\omega/d\lambda$  в (6.3) формально опущен, так как он лишь показывает, что с возрастанием длины волны  $\lambda$  частота  $\omega$  убывает.

Для описания процесса поглощения телами излучения введем *спектральную поглощательную способность* тела  $a_{\omega,T}$ . Для этого, выделив узкий интервал частот от  $\omega$  до  $\omega + d\omega$ , рассмотрим поток излучения  $d\Phi_{\omega}$ , который падает на поверхность тела. Если при этом часть этого потока  $d\Phi'_{\omega}$  поглощается телом, то поглощательную способность тела на частоте  $\omega$  определим как безразмерную величину

$$a_{\omega,T} = \frac{d\Phi'_{\omega}}{d\Phi_{\omega}} \quad (6.4)$$

характеризующую долю падающего на тело излучения частоты  $\omega$ , поглощенную телом.

## §6.2. Абсолютно черное тело

Опыт показывает, что любое реальное тело поглощает излучение различных частот по разному в зависимости от его температуры. Поэтому спектральная поглощательная способность тела  $a_{\omega,T}$  является функцией частоты  $\omega$ , вид которой изменяется при изменении температуры тела  $T$ .

По своему определению поглощательная способность тела не может быть больше единицы. При этом тело, у которого поглощательная способность меньше единицы и одинакова по всему диапазону частот, называют *серым телом*.

Особое место в теории теплового излучения занимает *абсолютно черное тело*. Так *Г.Кирхгоф* назвал *тело, у которого на всех частотах и при любых температурах поглощательная способность равна единице*.

Реальное тело всегда отражает часть энергии падающего на него излучения (рис. 37). Даже сажа приближается по свойствам к абсолютно черному телу лишь в оптическом диапазоне.

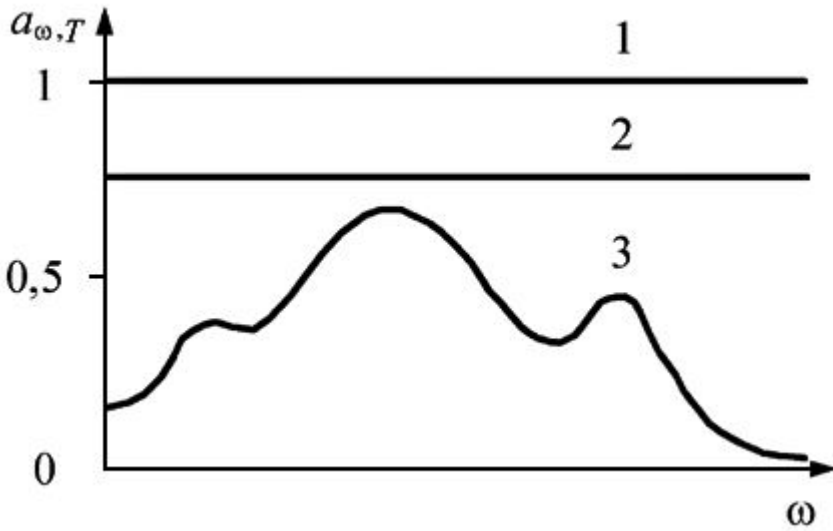


Рис. 37 1 - абсолютно черное тело; 2 - серое тело; 3 - реальное тело

Абсолютно черное тело является эталонным телом в теории теплового излучения. И, хотя в природе нет абсолютно черного тела, достаточно просто реализовать модель, для которой поглощательная способность на всех частотах будет пренебрежимо мало отличаться от единицы. Такую модель абсолютно черного тела можно изготовить в виде замкнутой полости (рис. 38), снабженной малым отверстием, диаметр которого значительно меньше поперечных размеров полости. При этом полость может иметь практически любую форму и быть изготовленной из любого материала.

Малое отверстие обладает свойством почти полностью поглощать падающее на него излучение, причем с уменьшением размера отверстия его поглощательная способность стремится к единице. Действительно, излучение через отверстие попадает на стенки полости, частично поглощаясь ими. При малых размерах отверстия луч должен претерпеть множество отражений, прежде чем он сможет выйти из отверстия, то есть, формально, отразиться от него. При многократных повторных переотражениях на стенках полости излучение, попавшее в полость, практически полностью поглотится.

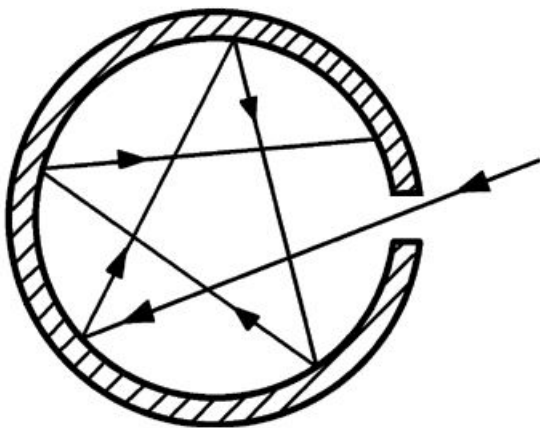


Рис. 38.

В рассмотренной модели можно считать, что излучение, падающее на отверстие, не отражается, а полностью поглощается. Поэтому именно малому отверстию и приписывается свойство абсолютно черного тела.

Отметим, что если стенки полости поддерживать при некоторой температуре  $T$ , то отверстие будет излучать, и это излучение с большой степенью точности можно считать излучением абсолютно черного тела, имеющего температуру  $T$ . Исследуя распределение энергии этого излучения по спектру °С.Ленгли, Э.Прингсгейм, О.Люммер, Ф.Курлбаум и



др.), можно экспериментально определить испускательные способности абсолютно черного тела  $r_{\lambda, T}^*$  и  $r_{\omega, T}^*$ <sup>1)</sup>. Результаты таких экспериментов при различных значениях температуры приведены на рис. 39.

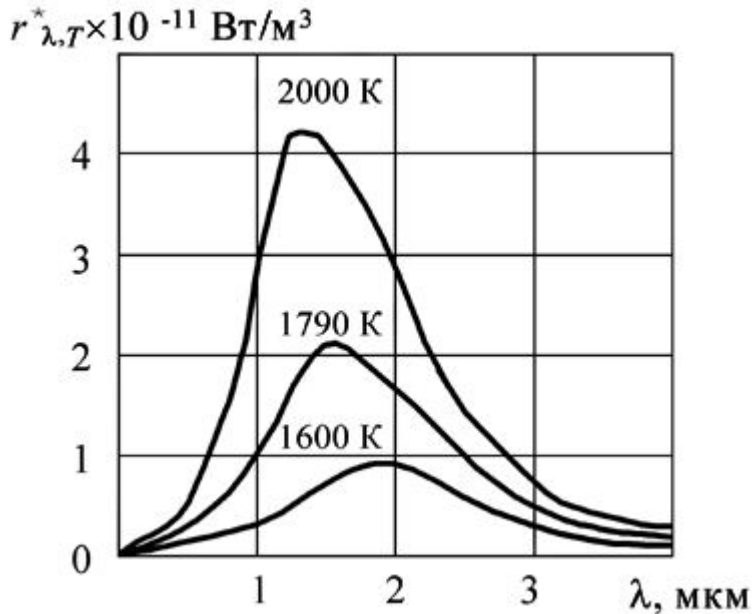


Рис. 39.

### §6.3. Закон Кирхгофа

Между испускательными и поглощательными свойствами любого тела должна существовать связь. Ведь в опыте с равновесным тепловым излучением (рис. 36) равновесие в системе может установиться только в том случае, если каждое тело будет излучать в единицу времени столько же энергии, сколько оно поглощает. Это означает, что тела, интенсивнее поглощающие излучение какой-либо частоты, будут это излучение интенсивнее и испускать.

Поэтому, в соответствии с таким принципом детального равновесия, отношение испускательной и поглощательной способностей одинаково для всех тел в природе, включая абсолютно черное тело, и при данной температуре является одной и той же универсальной функцией частоты (длины волны).

Этот закон теплового излучения, установленный в 1859 г. Г.Кирхгофом при рассмотрении термодинамических закономерностей равновесных систем с излучением, можно записать в виде соотношения

$$\left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\omega, T}}{a_{\omega, T}}\right)_3 = \dots = \frac{r_{\omega, T}^*}{1} = f(\omega, T) \quad (6.5)$$

или

$$\left(\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}}\right)_2 = \left(\frac{r_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}}\right)_3 = \dots = \frac{r_{\lambda, T}^*}{1} = \varphi(\lambda, T) \quad (6.6)$$

где индексы 1, 2, 3... соответствуют различным реальным телам.

Из закона Кирхгофа следует, что универсальные функции  $\mathcal{J}(\omega, T)$  и  $\varphi(\lambda, T)$  есть спектральные испускательные способности  $\mathcal{E}_{\omega}^*$  и  $\mathcal{E}_{\lambda}^*$  абсолютно черного тела по шкале частот или длин волн, соответственно. Поэтому связь между ними определяется формулой (6.3).

Излучение абсолютно черного тела имеет универсальный характер в теории теплового излучения. Реальное тело излучает при любой температуре всегда меньше энергии, чем абсолютно черное тело. Зная испускательную способность абсолютно черного тела (универсальную функцию Кирхгофа) и поглощательную способность реального тела, из закона Кирхгофа можно определить энергию, излучаемую этим телом в любом диапазоне частот или длин волн.

### §6.4. Закон Стефана-Больцмана

Экспериментальные (1879 г. *Й. Стефан*) и теоретические (1884 г. *Л. Больцман*) исследования позволили доказать важный закон теплового излучения абсолютно черного тела. Этот закон утверждает, что *энергетическая светимость абсолютно черного тела пропорциональна четвертой степени его абсолютной температуры, то есть*

$$R^* = \sigma T^4 \quad (6.7)$$

По современным измерениям постоянная Стефана-Больцмана  $\sigma = 5,6686 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>(К<sup>4</sup>)).

Для реальных тел закон Стефана-Больцмана выполняется лишь качественно, то есть с ростом температуры энергетические светимости всех тел увеличиваются. Однако, для реальных тел зависимость энергетической светимости от температуры уже не описывается простым соотношением (6.7), а имеет вид

$$R = A_T R^* = A_T \sigma T^4 \quad (6.8)$$

Коэффициент  $A_T$  в (6.8), всегда меньший единицы, можно назвать *интегральной поглощательной способностью* тела. Значения  $A_T$ , в общем случае зависящие от температуры, известны для многих технически важных материалов. Так, в достаточно широком диапазоне температур для металлов  $A_T = 0,1 \div 0,4$ , а для угля и окислов металлов  $A_T = 0,5 \div 0,9$ .

### §6.5. Пирометры

Для реальных нечерных тел можно ввести понятие эффективной **радиационной температуры**  $T_P$ , которая определяется как температура абсолютно черного тела, имеющего такую же энергетическую светимость, что и реальное тело. Радиационная температура тела  $T_P$  всегда меньше истинной температуры тела  $T$ . Действительно, для реального тела  $R = \sigma T_P^4 = A_T \sigma T^4$ . Отсюда находим, что  $T_P = T \sqrt[4]{A_T}$ , то есть  $T_P < T$ , так как у реальных тел  $A_T < 1$ .

Радиационную температуру сильно нагретых раскаленных тел можно определить с помощью радиационного пирометра (рис. 40), в котором изображение достаточно удаленного нагретого источника И проецируется с помощью объектива  $L$  на приемник  $\Pi$  так, чтобы изображение излучателя полностью перекрывало приемник. Для оценки энергии излучения, попавшего на приемник, обычно используются металлические или полупроводниковые болометры или термоэлементы. Действие болометров основано на изменении электрического сопротивления металла или полупроводника при изменении температуры, вызванном поглощением падающего потока излучения. Изменение температуры поглощающей поверхности термоэлементов приводит к появлению в них термо-ЭДС.

Показание прибора, подсоединенного к болометру или термоэлементу, оказывается пропорциональным энергии излучения, попавшей на приемник пирометра. Проградуировав предварительно пирометр по излучению эталона абсолютно черного тела при различных температурах, можно по шкале прибора измерять радиационные температуры различных нагретых тел.

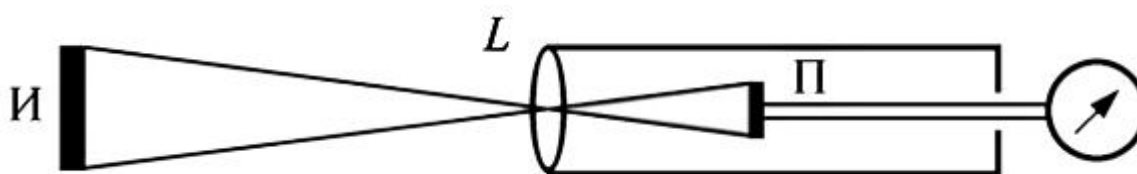


Рис. 40. Принципиальная схема пирометра

Зная интегральную поглощательную способность материала излучателя, можно перевести измеренную радиационную температуру излучателя  $T_p$  в его истинную температуру  $T$  по формуле

$$T = \frac{T_p}{\sqrt[4]{A_T}}$$

В частности, если радиационный пирометр покажет температуру  $T_p = 933$  К при наблюдении раскаленной поверхности вольфрамового излучателя ( $A_T = 0,15$ ), то ее истинная температура  $T = 1500$  К.

### §6.6. Закон смещения Вина

В 1893 г. немецкий физик В.Вин теоретически рассмотрел термодинамический процесс сжатия излучения, заключенного в полости с идеально зеркальными стенками. С учетом изменения частоты излучения за счет эффекта Доплера при отражении от движущегося зеркала Вин пришел к выводу, что испускательная способность абсолютно черного тела должна иметь вид

$$r_{\omega, T}^* = \omega^3 f\left(\frac{\omega}{T}\right) \tag{6.9}$$

Здесь  $f$  - некоторая функция, конкретный вид которой термодинамическими методами установить нельзя.

Переходя в этой формуле Вина от частоты к длине волны, в соответствии с правилом перехода (6.3), получим

$$r_{\lambda T}^* = \frac{(2\pi c)^4}{\lambda^5} f\left(\frac{2\pi c}{\lambda T}\right) \quad (6.10)$$

Как видно, в выражение для испускательной способности  $r_{\lambda T}^*$  температура входит лишь в виде произведения  $\lambda T$ . Уже это обстоятельство позволяет предсказать некоторые особенности функции  $r_{\lambda T}^*$ . В частности, эта функция достигает максимума на определенной длине волны  $\lambda_m$ , которая при изменении температуры тела изменяется так, чтобы выполнялось условие:  $\lambda_m T = \text{const}$ .

Таким образом, В.Вин сформулировал закон теплового излучения, согласно которому *длина волны  $\lambda_m$ , на которую приходится максимум испускательной способности абсолютно черного тела, обратно пропорциональна его абсолютной температуре.* Этот закон можно записать в виде

$$\lambda_m = \frac{b}{T} \quad (6.11)$$

Значение константы в этом законе, полученное из экспериментов, оказалось равным  $b = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ м(К)}$ .

Закон Вина называют **законом смещения**, подчеркивая тем самым, что *при повышении температуры абсолютно черного тела положение максимума его испускательной способности смещается в область коротких длин волн.* Результаты экспериментов, приведенные на рис. 39, подтверждают этот вывод не только качественно, но и количественно, строго в соответствии с формулой (6.11).

Для реальных тел закон Вина выполняется лишь качественно. С ростом температуры любого тела длина волны, вблизи которой тело излучает больше всего энергии, также смещается в сторону коротких длин волн. Это смещение, однако, уже не описывается простой формулой (6.11), которую для излучения реальных тел можно использовать только в качестве оценочной.

## § 6.7 Квантовая гипотеза и формула Планка

Классическая физика содержала ряд принципиальных внутренних противоречий, которые проявились в теории теплового излучения и разрешить которые можно только с помощью принципиально новых физических идей. Такая физическая идея была сформулирована в 1900 г. М.Планком в виде гипотезы о квантах. Согласно этой гипотезе, *излучение испускается и поглощается веществом не непрерывно, а конечными порциями энергии*, которые Планк назвал *квантами энергии*. Величина кванта энергии зависит от частоты излучения и определяется формулой

$$E = h\nu \text{ или } E = \hbar\omega$$

Здесь  $\hbar = 2\pi h$  - новая фундаментальная физическая константа, которую называют постоянной Планка. Определенное из опытов с большой точностью значение этой константы по современным данным

$$h = 6,62618 \pm 0,00004 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}$$

Так как размерность этой постоянной "энергия  $\times$  время" совпадает с размерностью величины, которую в механике называют действием, то постоянную Планка называют также квантом действия.

Гипотеза Планка о квантах нарушила "незыблемое" правило классической физики о том, что любая физическая величина, в том числе и энергия, изменяется непрерывным образом, и за бесконечно малый промежуток времени ее изменение всегда бесконечно мало. Эта гипотеза оказала огромное влияние на последующее развитие физики. Именно развитие гипотезы Планка о квантах, высказанной в начале **XX** столетия, привело к появлению квантовой механики - современной физической теории, в которой идея квантования или дискретности распространяется на различные физические величины, характеризующие состояние системы. В этом смысле 1900 г. можно назвать годом рождения квантовой физики, которая за последующие сто лет бурно развивалась и позволила физикам создать законченную и непротиворечивую картину микромира на уровне атомных явлений. На первом этапе с помощью гипотезы о квантовании энергии излучения Планку удалось дать исчерпывающее теоретическое описание равновесного теплового излучения, сняв все противоречия классической теории.

Мы приведем более простой вывод, принадлежащий А.Эйнштейну. Основная идея этого вывода состоит в том, что кроме спонтанных актов излучения, происходящих с вероятностью  $A_{ik}$  существуют вынужденные элементарные акты излучения и поглощения под действием внеш-ней периодической силы, вероятности которых  $B_{ik}$  или  $B_{ki}$ , в зависимости от направления перехода.

Рассмотрим систему, состоящую из большого числа ( $N_0$ ) диполей, находящуюся в состоянии равновесия с тепловым излучением, спектральная плотность энергии которого (т.е. излучательная способность) равна  $\varepsilon_{\nu,T}$ .

Обозначим энергию диполя до момента излучения через  $E_1$ , а энергию диполей после излучения –  $E_2$ ; число диполей в состояниях  $E_1$  и  $E_2$  - через  $N_1$  и  $N_2$ . Количество спонтанных переходов из состояния с энергией  $E_1$  в состояние с энергией  $E_2$  равно  $\Delta N_{12}^{sp} = A_{12} N_1$ . В то же время под действием теплового излучения, характеризующегося излучательной способностью  $\varepsilon_{\nu,T}$  происходят вынужденные переходы как из состояния 1 в состояние 2, так и обратно. Число этих переходов равно  $\Delta N_{12}^{ind} = N_1 B_{12} \varepsilon_{\nu,T}$ ,  $\Delta N_{21}^{ind} = N_2 B_{21} \varepsilon_{\nu,T}$ .

В состоянии теплового равновесия число переходов из состояния 1 в состояние 2 должно равняться числу переходов из состояния 2 в состояние 1. На основании этого запишем

$$\Delta N_{12}^{sp} + \Delta N_{12}^{ind} = \Delta N_{21}^{ind} \text{ или } A_{12} N_1 + N_1 B_{12} \varepsilon_{\nu,T} = N_2 B_{21} \varepsilon_{\nu,T}.$$

Отсюда находим  $\varepsilon_{\nu,T}$ :

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{A_{12} N_1}{B_{21} N_2 - B_{12} N_1} = \frac{A_{12}}{B_{21} \frac{N_2}{N_1} - B_{12}}.$$

Для оценки отношения  $N_2 / N_1$  используем представления классической статистики, позволяющей на основании распределения Больцмана вычислить число частиц с заданной энергией:

$$N_1 = N_0 e^{-E_1/kT}; N_2 = N_0 e^{-E_2/kT}, \text{ где } N_0 \text{ - общее число частиц в системе. Отсюда}$$

$$\frac{N_2}{N_1} = e^{(E_1 - E_2)/kT}.$$

Тогда с учетом того, что, как показывает эксперимент,  $B_{12} = B_{21}$ , получим

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{A_{12} / B_{12}}{e^{h\nu/kT} - 1}.$$

В последнем выражении использовано представление Планка, что  $E_1 - E_2 = h\nu$ . Отношение  $A_{12} / B_{12}$  не может быть вычислено в нашем курсе. Строгий расчет показывает, что оно равно  $8\pi h^3 / c^3$ , где  $c$  – скорость света. Поэтому выражение для излучательной способности приобретает следующий вид:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

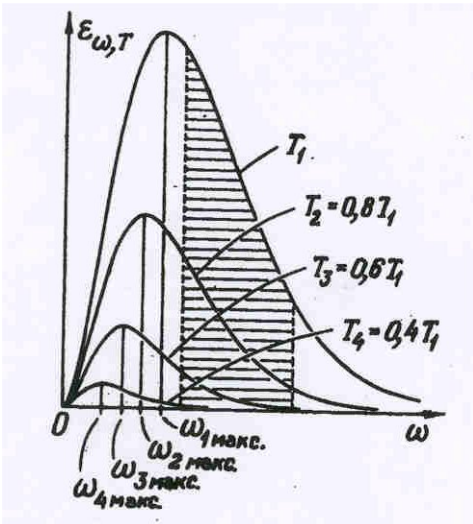


Рис. 41 Зависимость излучательной способности от частоты и температуры.

Графическая зависимость излучательной способности приведена на рис.37, где по оси частот отложена угловая частота  $\omega = 2\pi\nu$ .

### § 6.8 Вывод законов Стефана-Больцмана и Вина

Из рис.41 видно, что для каждой температуры излучательная способность имеет максимальное значение при определенной частоте излучения. Для определения этой частоты проведем исследование на экстремум величины  $\varepsilon_{\nu,T}$ , предварительно проведя замену переменной в целях сокращения записи. Введем новую переменную  $x$ :

$$x = \frac{h\nu}{kT};$$

тогда  $\nu = \frac{xkT}{h}$ ;  $\nu^3 = \frac{x^3 k^3 T^3}{h^3}$  и  $d\nu = \frac{kT}{h} dx$ .

Теперь выражение для излучательной способности приобретает такой вид:

$$\varepsilon_{\nu,T} = \frac{k^3 T^3}{c^2 h^2} x^3 \frac{1}{e^x - 1}$$

Вычисляя первую производную и сокращая полученный результат на постоянную величину, имеем:

$$\frac{3x^2(e^x - 1) - x^3 e^x}{(e^x - 1)^2} = 0.$$

Из этого выражения видно, что оно равно нулю, если числитель дроби равен нулю, откуда для определения экстремального значения  $x$  получаем трансцендентное уравнение:

$$e^x(3 - x) = 3.$$

Можно показать, что это уравнение имеет решение (приближенное значение  $x_m = 2,8214$ ), для простоты обозначим его  $a'$ , т.е.  $x_m = a'$ , или

$$h\nu_m / kT = a',$$

откуда следует **закон Вина**:

$$\nu_m = a'T$$

в этом выражении постоянная  $a$  является комбинацией других постоянных:  $a = a'$ ,  $k/h$ , или

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T},$$

где  $b$  – постоянная Вина.

Определим интегральную излучательную способность  $E_T$  (она называется энергетической светимостью) как  $E_T = \int_0^{\infty} \varepsilon_{\nu,T} d\nu$ , или в обозначениях новой переменной:

$$E_T = \frac{k^4 T^4}{h^4 c^2} \int_0^{\infty} \frac{x^3}{(e^x - 1)} dx.$$

Интеграл в этом выражении является табличным, его величина равна  $\pi^4 / 15$ . Обозначая через

$\sigma$  комбинацию постоянных  $\left( \sigma = \frac{\pi^4 k^4}{15 h^4 c^2} \right)$  получаем следующее выражение для

энергетической светимости:

$$E_T = \sigma T^4,$$

которое известно как закон **Стефана-Больцмана**.

Сравним теоретические выводы с практикой. Экспериментальные данные показывают, что при комнатной температуре максимум излучения лежит в далекой инфракрасной области, излучение в видимой области практически отсутствует. При температуре, приближающейся к 1000 К, максимум по-прежнему в инфракрасной области, однако и излучение в видимой части спектра становится заметным ( см.рис.37). В силу того, что интенсивность от длинных, красных волн, к коротким, фиолетовым, падает, наибольшая интенсивность излучения приходится на красную часть спектра - это температура «красного каления». По мере роста температуры различие в интенсивностях падает, излучение приобретает желтый, а затем белый цвет. При температуре между 5000 и 6000° К максимум проходит через область спектра, к которой человеческий глаз наиболее чувствителен. Температуре 5900 К отвечает температура поверхности Солнца, лучеиспускательная способность которого близка к лучеиспускательной способности абсолютно черного тела. Такое излучение воспринимается глазом как белый, дневной свет. При более высоких температурах максимум смещается в ультрафиолетовую область, а интенсивность в фиолетово - голубой области становится большей, чем в красной. Излучение приобретает голубой оттенок.

## 7. Фотоэффект

### § 7.1. Виды фотоэлектрического эффекта. Законы внешнего фотоэффекта

Гипотеза Планка, блестяще решившая задачу теплового излучения черного тела, получила подтверждение и дальнейшее развитие при объяснении фотоэффекта — явления, открытие и исследование которого сыграло важную роль в становлении квантовой теории. Различают фотоэффект внешний, внутренний и вентильный. **Внешним фотоэлектрическим эффектом (фотоэффектом)** называется испускание электронов веществом под действием электромагнитного излучения. Внешний фотоэффект наблюдается в твердых телах (металлах, полупроводниках, диэлектриках), а также в газах на отдельных атомах и молекулах (фотоионизация). Фотоэффект обнаружен (1887 г.) Г.Герцем, наблюдавшим усиление процесса разряда при облучении искрового промежутка ультрафиолетовым излучением.

Первые фундаментальные исследования фотоэффекта выполнены русским ученым А. Г.Столетовым. Принципиальная схема для исследования фотоэффекта приведена на рис. 42. Два электрода (катод  $K$  из исследуемого металла и анод  $A$  — в схеме Столетова применялась металлическая сетка) в вакуумной трубке подключены к батарее так, что с помощью потенциометра  $R$  можно изменять не только значение, но и знак подаваемого на них напряжения. Ток, возникающий при освещении катода монохроматическим светом (через кварцевое окошко), измеряется включенным в цепь миллиамперметром.

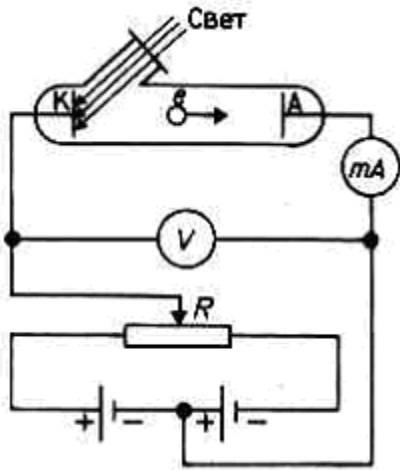


Рис.42 Принципиальная схема для исследования фотоэффекта

Облучая катод светом различных длин волн, Столетов установил следующие закономерности, не утратившие своего значения до нашего времени:

- 1) наиболее эффективное действие оказывает ультрафиолетовое излучение;
- 2) под действием света вещество теряет только отрицательные заряды;
- 3) сила тока, возникающего под действием света, прямо пропорциональна его *интенсивности*.

Дж. Дж. Томсон в 1898 г. измерил удельный заряд испускаемых под действием света частиц (по отклонению в электрическом и магнитном полях). Эти измерения показали, что под действием света вырываются электроны.

**Внутренний фотоэффект** — это вызванные электромагнитным излучением переходы электронов внутри полупроводника или диэлектрика из связанных состояний в свободные без вылета наружу. В результате концентрация носителей тока внутри тела увеличивается, что приводит к возникновению **фотопроводимости** (повышению электропроводности полупроводника или диэлектрика при его освещении) или к возникновению э.д.с.

**Вентильный фотоэффект** — возникновение э.д.с. (фото-э.д.с.) при освещении контакта двух разных полупроводников или полупроводника и металла (при отсутствии внешнего электрического поля). Вентильный фотоэффект открывает, таким образом, пути для прямого преобразования солнечной энергии в электрическую.

На рис. 38 приведена экспериментальная установка для исследования **вольт-амперной характеристики фотоэффекта** — зависимости фототока  $I$ , образуемого потоком электронов, испускаемых катодом под действием света, от напряжения  $U$  между электродами. Такая зависимость, соответствующая двум различным освещенностям  $E_e$  катода (частота света в обоих случаях одинакова), приведена на рис. 43. По мере увеличения  $U$  фототок постепенно возрастает, т. е. все большее число фотоэлектронов достигает анода. Пологий характер кривых показывает, что

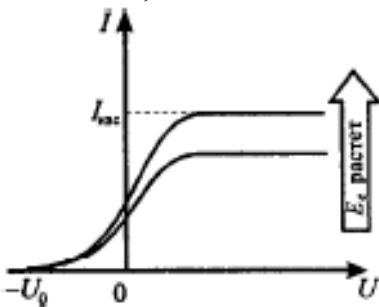


Рис.43 Вольт-амперная характеристика фотоэффекта



электроны вылетают из катода с различными скоростями. Максимальное значение тока  $I_{нас}$  — **фототок насыщения** — определяется таким значением  $U$ , при котором все электроны, испускаемые катодом, достигают анода:

$$I_{нас} = en,$$

где  $n$  — число электронов, испускаемых катодом в 1 с.

Из вольт-амперной характеристики следует, что при  $U=0$  фототок не исчезает. Следовательно, электроны, выбитые светом из катода, обладают некоторой начальной скоростью  $v$ , а значит, и отличной от нуля кинетической энергией и могут достигнуть анода без внешнего поля. Для того чтобы фототок стал равным нулю, необходимо приложить **задерживающее напряжение**  $U_0$ . При  $U=U_0$  ни один из электронов, даже обладающий при вылете из катода максимальной скоростью  $v_{max}$ , не может преодолеть задерживающего поля и достигнуть анода. Следовательно,

$$mv_{max}^2/2 = eU_0,$$

т. е., измерив задерживающее напряжение  $U_0$ , можно определить максимальные значения скорости и кинетической энергии фотоэлектронов.

При изучении вольт-амперных характеристик разнообразных материалов (важна чистота поверхности, поэтому измерения проводятся в вакууме и на свежих поверхностях) при различных частотах падающего на катод излучения и различных энергетических освещенностях катода и обобщения полученных данных были установлены следующие **три закона внешнего фотоэффекта**.

**I. Закон Столетова:** при фиксированной частоте падающего света число фотоэлектронов, вырываемых из катода в единицу времени, пропорционально интенсивности света (сила фототока насыщения пропорциональна энергетической освещенности  $E_e$  катода).

**II.** Максимальная начальная скорость (максимальная начальная кинетическая энергия) фотоэлектронов не зависит от интенсивности падающего света, а определяется только его частотой  $\nu$ , а именно линейно возрастает с увеличением частоты.

**III.** Для каждого вещества существует «красная граница» фотоэффекта, т. е. минимальная частота  $\nu_0$  света (зависящая от химической природы вещества и состояния его поверхности), при которой свет любой интенсивности фотоэффекта не вызывает.

Качественное объяснение фотоэффекта с волновой точки зрения на первый взгляд не должно было бы представлять трудностей. Действительно, под действием поля световой волны в металле возникают вынужденные колебания электронов, амплитуда которых (например, при резонансе) может быть достаточной для того, чтобы электроны покинули металл; тогда и наблюдается фотоэффект. Кинетическая энергия, с которой электрон вырывается из металла, должна была бы зависеть от интенсивности падающего света, так как с увеличением последней электрону передавалась бы большая энергия. Однако этот вывод противоречит II закону фотоэффекта. Так как, по волновой теории, энергия, передаваемая электронам, пропорциональна интенсивности света, то свет любой частоты, но достаточно большой интенсивности должен был бы вырывать электроны из металла; иными словами, «красной границы» фотоэффекта не должно быть, что противоречит III закону фотоэффекта. Кроме того, волновая теория не смогла объяснить **безынерционность фотоэффекта**, установленную опытами. Таким образом, фотоэффект необъясним с точки зрения волновой теории света.

## § 7.2 Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света

А.Эйнштейн в 1905 г. показал, что явление фотоэффекта и его закономерности могут быть объяснены на основе предложенной им *квантовой теории фотоэффекта*. Согласно Эйнштейну, свет частотой  $\nu$  не только *испускается*, как это предполагал Планк но и

распространяется в пространстве и поглощается веществом отдельными порциями (квантами), энергия которых  $\varepsilon_0 = h\nu$ . Таким образом, распространение света нужно рассматривать не как непрерывный волновой процесс, а как поток локализованных в пространстве дискретных световых квантов, движущихся со скоростью  $c$  распространения света в вакууме. Эти кванты электромагнитного излучения получили название **фотонов**.

По Эйнштейну, каждый квант поглощается только одним электроном. Поэтому число вырванных фотоэлектронов должно быть пропорционально интенсивности света (I закон фотоэффекта). Безынерционность фотоэффекта объясняется тем, что передача энергии при столкновении фотона с электроном происходит почти мгновенно.

Энергия падающего фотона расходуется на совершение электроном работы выхода  $A$  из металла (см. § 104) и на сообщение вылетевшему фотоэлектрону кинетической энергии  $mv_{\max}^2/2$ . Тогда в соответствии с законом сохранения энергии

$$h\nu = A + mv_{\max}^2/2. \quad (203.1)$$

Это уравнение называется **уравнением Эйнштейна для внешнего фотоэффекта**.

Уравнение Эйнштейна позволяет объяснить II и III законы фотоэффекта. Из (203.1) непосредственно следует, что максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона линейно возрастает с увеличением частоты падающего излучения и не зависит от его интенсивности (числа фотонов), так как ни  $A$ , ни  $\nu$  от интенсивности света не зависят (II закон фотоэффекта). Так как с уменьшением частоты света кинетическая энергия фотоэлектронов уменьшается (для данного металла  $A = \text{const}$ ), то при некоторой достаточно малой частоте  $\nu = \nu_0$  кинетическая энергия фотоэлектронов станет равной нулю и фотоэффект прекратится (третий закон фотоэффекта). Согласно изложенному, из уравнения Эйнштейна получим,

$$\nu_0 = A/h$$

что и есть «красная граница» фотоэффекта для данного металла. Она зависит лишь от работы выхода электрона, т. е. от химической природы вещества и состояния его поверхности.

Уравнение можно записать в виде

$$eU_0 = h(\nu - \nu_0).$$

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Милликена. В его приборе (1916г.) поверхность исследуемого металла подвергалась очистке в вакууме (фотоэффект и работа выхода сильно зависят от состояния поверхности). Исследовалась зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов (изменялось задерживающее напряжение  $U_0$  от частоты  $\nu$  и определялась постоянная Планка. В 1926 г. советские физики П. И. Лукирский (1894—1954) и С. С. Прилежаев для исследования фотоэффекта применили **метод вакуумного сферического конденсатора**. Анодом в их установке служили посеребренные стенки стеклянного сферического баллона, а катодом — шарик ( $R \approx 1,5$  см) из исследуемого металла, помещенный в центр сферы. В остальном схема принципиально не отличается от описанной на рис. 289. Такая форма электродов позволила увеличить наклон вольт-амперных характеристик и тем самым более точно определять задерживающее напряжение  $U_0$  (а следовательно, и  $A$ ). Значение  $A$ , полученное из данных опытов, согласуется со значениями, найденными другими методами (по излучению черного тела (§ 200) и по коротковолновой границе сплошного рентгеновского спектра (§ 229)). Все это является доказательством правильности уравнения Эйнштейна, а вместе с тем и его квантовой теории фотоэффекта.

Если интенсивность света очень большая (лазерные пучки; см. § 233), то возможен **многофотонный (нелинейный) фотоэффект**, при котором электрон, испускаемый металлом, может одновременно получить энергию не от одного, а от  $N$  фотонов ( $N = 2 — 7$ ). Уравнение Эйнштейна для многофотонного фотоэффекта

$$Nh\nu = A + mv_{\max}^2/2.$$

В опытах с фокусируемыми лазерными пучками плотность фотонов очень большая, поэтому электрон может поглотить не один, а несколько фотонов. При этом электрон может приобрести энергию, необходимую для выхода из вещества, даже под действием света с частотой, меньшей «красной границы» — порога однофотонного фотоэффекта. В результате «красная граница» смещается в сторону более длинных волн.

Идея Эйнштейна о распространении света в виде потока отдельных фотонов и квантовом характере взаимодействия электромагнитного излучения с веществом подтверждена в 1922 г. опытами А. Ф. Иоффе и Н. И. Добронравова. В электрическом поле плоского конденсатора уравнивалась заряженная пылинка из висмута. Нижняя обкладка конденсатора изготовлялась из тончайшей алюминиевой фольги, которая являлась одновременно анодом миниатюрной рентгеновской трубки. Анод бомбардировался ускоренными до 12 кВ фотоэлектронами, испускаемыми катодом под действием ультрафиолетового излучения. Освещенность катода подбиралась столь слабой, чтобы из него в 1 с вырывалось лишь 1000 фотоэлектронов, а следовательно, и число рентгеновских импульсов было 1000 в 1 с. Опыт показал, что в среднем через каждые 30 мин уравниваемая пылинка выходила из равновесия, т. е. рентгеновское излучение освобождало из нее фотоэлектрон, приобретающий энергию согласно уравнению Эйнштейна.

Если бы рентгеновское излучение распространялось в виде сферических волн, а не отдельных фотонов, то каждый рентгеновский импульс отдавал бы пылинке очень малую часть своей энергии, которая распределялась бы, в свою очередь, между огромным числом электронов, содержащихся в пылинке. Поэтому при таком механизме трудно вообразить, что один из электронов за такое короткое время, как 30 мин, может накопить энергию, достаточную для преодоления работы выхода из пылинки. Напротив, с точки зрения корпускулярной теории это возможно. Так, если рентгеновское излучение распространяется в виде потока дискретных фотонов, то электрон выбивается из пылинки только тогда, когда в нее попадает фотон. Элементарный расчет для выбранных условий дает, что в среднем в пылинку попадает один фотон из  $1,8 \cdot 10^6$ . Так как в 1 с вылетает 1000 фотонов, то в среднем в пылинку будет попадать один фотон в 30 мин, что согласуется с результатами опыта.

Если свет представляет собой поток фотонов, то каждый фотон, попадая в регистрирующий прибор (глаз, фотоэлемент), должен вызывать то или иное действие независимо от других фотонов. Это же означает, что при регистрации *слабых* световых потоков должны наблюдаться *флуктуации* их интенсивности. Эти флуктуации слабых потоков *видимого света* действительно наблюдались С. И. Вавиловым. Наблюдения проводились визуально. Глаз, адаптированный к темноте, обладает довольно резким порогом зрительного ощущения, т. е. воспринимает свет, интенсивность которого не меньше некоторого порога. Для света с  $\lambda=525$  нм порог зрительного ощущения соответствует у разных людей примерно 100—400 фотонам, падающим на сетчатку за 1 с. С.И.Вавилов наблюдал периодически повторяющиеся вспышки света одинаковой длительности. С уменьшением светового потока некоторые вспышки уже не воспринимались глазом, причем чем слабее был световой поток, тем больше было пропусков вспышек. Это объясняется флуктуациями интенсивности света, т. е. число фотонов оказывалось по случайным причинам меньше порогового значения. Таким образом, опыт Вавилова явился наглядным подтверждением квантовых свойств света.

### §7.3 Масса и импульс фотона. Давление света

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными **фотонами**. Энергия фотона  $\epsilon_0=h\nu$ . Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии

$$m_\gamma = h\nu/c^2.$$

Фотон — элементарная частица, которая всегда (в любой среде!) движется со скоростью света  $c$  и имеет массу покоя, равную нулю. Следовательно, масса фотона отличается от массы таких элементарных частиц, как электрон, протон и нейтрон, которые обладают отличной от нуля массой покоя и могут находиться в состоянии покоя.

Импульс фотона  $p_\gamma$  можно получить из теории относительности положив массу покоя фотона  $m_{0\gamma}=0$

$$p_\gamma = \epsilon_0/c = h\nu/c.$$

Из приведенных рассуждений следует, что фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией, массой и импульсом. Последние выражения связывают *корпускулярные* характеристики фотона — массу, импульс и энергию — с *волновой* характеристикой света — его частотой  $\nu$ .

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. С точки зрения квантовой теории, давление света на поверхность обусловлено тем, что каждый фотон при соударении с поверхностью передает ей свой импульс.

Рассчитаем с точки зрения квантовой теории световое давление, оказываемое на поверхность тела потоком монохроматического излучения (частота  $\nu$ ), падающего перпендикулярно поверхности. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает  $N$  фотонов, то при коэффициенте отражения  $\rho$  света от поверхности тела  $\rho N$  фотонов отразится, а  $(1-\rho)N$  — поглотится. Каждый поглощенный фотон передает поверхности импульс  $p_\gamma = h\nu/c$ , а каждый отраженный —  $2p_\gamma = 2h\nu/c$  (при отражении импульс фотона изменяется на  $-p_\gamma$ ). Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в 1 с  $N$  фотонов:

$$p = (2h\nu/c)\rho N + (h\nu/c)(1-\rho)N = (1+\rho)(h\nu/c)N.$$

$Nh\nu = E_e$  есть энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т. е. энергетическая освещенность поверхности, а  $E_e/c = w$  — объемная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность,

$$p = (E_e/c)(1+\rho) = w(1+\rho).$$

Эта формула, выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Таким образом, давление света одинаково успешно объясняется и волновой, и квантовой теорией. Как уже говорилось, экспериментальное доказательство существования светового давления на твердые тела и газы дано в опытах П. Н. Лебедева, сыгравших в свое время большую роль в утверждении теории Максвелла. Лебедев использовал легкий подвес на тонкой нити, по краям которого прикреплены легкие крылышки, одни из которых зачернены, а поверхности других зеркальные. Для исключения конвекции и радиометрического эффекта использовалась подвижная система зеркал, позволяющая направлять свет на обе поверхности крылышек, подвес помещался в откачанный баллон, крылышки подбирались очень тонкими (чтобы температура обеих поверхностей была одинакова). Значение светового давления на крылышки определялось по углу закручивания нити подвеса и совпадало с теоретически рассчитанным. В частности, оказалось, что давление света на зеркальную поверхность вдвое больше, чем на зачерненную.