

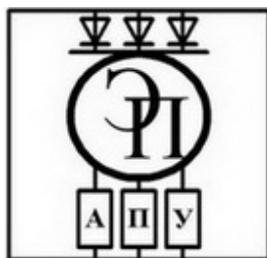
ГОСУДАРСТВЕННОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«БЕЛОРУССКО-РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Электропривод и АПУ»

## **ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.**

### **ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ**

Методические указания для проведения  
лабораторных работ и практических занятий  
для студентов всех специальностей



Могилев 2012

УДК 681.5.011

ББК 31.2

Т 33

Рекомендовано к опубликованию  
учебно-методическим управлением  
ГУ ВПО «Белорусско-Российский университет»

Одобрено кафедрой «Электропривод и АПУ» «06» июня 2012 г., протокол № 11

Составитель ассистент О. В. Обидина  
Рецензент канд. техн. наук, доц. С. В. Болотов

Методические указания для проведения лабораторных работ и практических занятий по дисциплинам «Автоматика», «Теория автоматического управления» для студентов специальностей 1–36 01 03 «Технологическое оборудование машиностроительного производства», 04 00 «Электроэнергетика и электротехника», 14 06 07 «Электрооборудование автомобилей и тракторов», 1–54 01 02 «Методы и приборы контроля качества и диагностики состояния объектов», 20 01 00 «Приборостроение», 20 01 02 «Приборы и методы контроля качества и диагностики», 20 01 02.65.01 «Физические методы и приборы контроля качества».

Учебное издание  
**ТЕОРИЯ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ.  
ТИПОВЫЕ ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗВЕНЬЯ**

Ответственный за выпуск	Г. С. Леневский
Технический редактор	И. В. Русецкая
Компьютерная верстка	Н. П. Полевничая

Подписано в печать . Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура Таймс.  
Печать трафаретная. Усл.-печ. л. . Уч.-изд. л. . Тираж 99 экз. Заказ № .

Издатель и полиграфическое исполнение  
Государственное учреждение высшего профессионального образования  
«Белорусско-Российский университет»  
ЛИ № 02330/0548519 от 16.06.2009 г.  
Пр. Мира, 43, 212000, г. Могилев.

© ГУ ВПО «Белорусско-Российский  
университет», 2012

## **1 Типовые динамические звенья**

### **1.1 Цель работы**

1 Изучение способов описания динамических свойств звеньев систем автоматического регулирования.

2 Получение дифференциальных уравнений, передаточных функций динамических звеньев и определение их параметров.

3 Получение переходных и частотных характеристик динамических звеньев.

4 Построение переходных и частотных характеристик динамических звеньев.

### **1.2 Отчет по лабораторной работе**

Отчет по лабораторной работе должен содержать следующие разделы.

1 Титульный лист установленного образца.

2 Цель работы.

3 Исходные данные в соответствии с заданием.

4 Вывод передаточных функций динамических звеньев, определение их параметров.

5 Вывод выражений для переходных и частотных характеристик динамических звеньев.

6 Графики переходных и частотных характеристик динамических звеньев.

### **1.3 Основные теоретические положения**

При изображении систем управления применяются два принципа – функциональный и структурный и, соответственно, схемы подразделяются на функциональные и структурные.

**Функциональной схемой** называется такая схема, в которой каждому функциональному элементу системы соответствует определенное звено. Названия элементов и блоков указывают на выполняемые функции, например: чувствительный элемент, преобразующий элемент, датчик, управляющий блок, исполнительный блок, электродвигатель и т. д.

**Структурной схемой** называется такая схема, в которой каждой математической операции преобразования сигнала соответствует определенное звено. В зависимости от полноты математического описания и от математических операций, выполняемых различными звеньями, для

объектов могут быть составлены различные структурные схемы. Структурная схема системы может быть получена из функциональной схемы, если известны передаточные функции (или дифференциальные уравнения) и параметры всех элементов, входящих в ее состав.

Графическое изображение структурной схемы аналогично изображению функциональной схемы, с той лишь разницей, что элементами структурной схемы являются динамические звенья. Кроме того, в прямоугольники, изображающие динамические звенья, вписывают их передаточные функции. Суммирование или вычитание сигналов отображается такими же графическими элементами, как и на функциональных схемах (сумматором и элементом сравнения). Ветвление сигнала при подаче его на входы нескольких звеньев отображается точкой на линии связи.

В результате структурная схема представляет собой графическую форму математической модели автоматической системы. Все внешние воздействия и сигналы взаимодействий динамических звеньев на структурной схеме показывают в виде функций комплексного переменного  $p$ .

#### **Характеристики звеньев автоматических систем.**

Части структурной схемы называют **звеньями**, каждое из которых отображает алгоритм преобразования сигнала – математическую или логическую операцию.

На структурных схемах звенья изображают прямоугольниками, внутри которых записывают соответствующие операторы преобразования сигналов. Прямоугольники соединяют линиями, отображающими информационные сигналы взаимодействия звеньев, с указанием направлений этих сигналов, как показано на рисунке 1.



Рисунок 1 – Звено системы автоматического регулирования

Звено системы может являться техническим устройством любой физической природы, конструкции и назначения. Входная  $x(t)$  и выходная  $y(t)$  величины соответствуют физическим величинам, выражающим воздействие предыдущего звена на данное звено и воздействие данного звена на последующее.

В зависимости от физических свойств различают **статические и динамические элементарные звенья**.

У **статического звена** мгновенное значение выходного сигнала зависит только от мгновенного значения входного сигнала в данный момент и не

зависит от характера изменения входного сигнала во времени. Связь между входным и выходным сигналами статического звена обычно описывается алгебраической функцией.

**Динамическое звено** преобразует входной сигнал в соответствии с операциями интегрирования и дифференцирования во времени. Значение выходного сигнала динамического звена зависит не только от текущего значения входного сигнала, но и от его предыдущих значений, т. е. характера изменения входного сигнала. Динамические звенья описываются дифференциальными уравнениями.

#### **Уравнения динамических звеньев.**

Составление уравнения динамики каждого звена системы является предметом соответствующей конкретной области технических наук: электротехники, теплотехники, динамики полета и т. п., к которым и следует каждый раз обращаться.

Допустим, что в результате составления уравнения динамики какого-нибудь конкретного звена получилось следующее линейное дифференциальное уравнение:

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t).$$

Решение дифференциальных уравнений значительно упрощается при использовании операционного преобразования Лапласа. При этом каждой временной функции  $x(t)$  или  $y(t)$  соответствует функция  $X(p)$  или  $Y(p)$  (комплексной переменной  $p = c + j\omega$ , где  $p$  – оператор преобразования Лапласа).

Преобразование Лапласа выполняется в соответствии с формулой:

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} dt,$$

где  $f(t)$  – оригинал функции;

$F(p)$  – изображение функции по Лапласу.

Переход от оригинала к изображению называется прямым преобразованием Лапласа и имеет символическую запись:

$$F(p) = L\{f(t)\}.$$

Переход от изображения к оригиналу называется обратным преобразованием Лапласа и имеет символическую запись:

$$f(t) = L^{-1}\{F(p)\}.$$

На практике прямое и обратное преобразования осуществляются по таблицам изображений типовых функций.

### **Передаточная функция звена.**

Применив преобразование Лапласа к дифференциальному уравнению звена

$$a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 x(t),$$

получим

$$a_n p^n Y(p) + a_{n-1} p^{n-1} Y(p) + \dots + a_1 p Y(p) + a_0 Y(p) = b_m p^m X(p) + b_{m-1} p^{m-1} X(p) + \dots + b_1 p X(p) + b_0 X(p).$$

Если вынести общие множители  $Y(p)$  и  $X(p)$ , имеем:

$$Y(p)(a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0) = X(p)(b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0).$$

**Передаточной функцией звена  $W(p)$**  называется отношение изображений Лапласа выходной и входной величин звена при нулевых начальных условиях т. е.:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

или

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0}.$$

Между дифференциальными уравнениями и передаточными функциями существует однозначная связь. Сравнивая последнее выражение с дифференциальным уравнением звена, видно, что формально передаточную функцию звена можно составлять как отношение операторных многочленов правой и левой частей уравнения звена. И наоборот, зная передаточную функцию, легко написать его уравнение, имея в виду, что числитель передаточной функции соответствует правой части уравнения, а знаменатель

передаточной функции – левой части уравнения.

В теории автоматического регулирования принято приводить уравнение звена к стандартному виду, когда свободный член равен единице:

$$W(p) = \frac{b_0 \cdot B_m p^m + B_{m-1} p^{m-1} + \dots + B_1 p + 1}{a_0 \cdot A_n p^n + A_{n-1} p^{n-1} + \dots + A_1 p + 1} = k \cdot \frac{B_m(p)}{A_n(p)},$$

где через  $A_n(p)$  и  $B_m(p)$  обозначены многочлены относительно  $p$  с коэффициентами 1 в младших членах, причем степень  $B_m(p)$ , как правило, ниже степени  $A_n(p)$ , т. е.  $m < n$ ;

$$k = \frac{b_0}{a_0} - \text{коэффициент усиления звена.}$$

### Пример 1

Пусть звено описывается дифференциальным уравнением

$$T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t).$$

В операторной форме уравнение имеет вид

$$Y(p)(T_2 p^2 + T_1 p + 1) = kX(p).$$

Откуда передаточная функция звена

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{T_2 p^2 + T_1 p + 1}.$$

### Пример 2

Решим обратную задачу – найдем по передаточной функции дифференциальное уравнение.

Пусть передаточная функция имеет вид:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)} = \frac{k}{Tp + 1},$$

откуда

$$Y(p)(Tp + 1) = kX(p);$$

$$TpY(p) + Y(p) = kX(p).$$

Учитывая, что  $p \equiv \frac{d}{dt}$  (формальное операционное соответствие), получим:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = kx(t).$$

### Переходная функция звена.

Переходной функцией  $h(t)$  называется реакция звена на единичное ступенчатое воздействие (рисунок 2), т. е. переходный процесс на выходе  $y(t)$  при единичном скачке  $1(t)$  на входе звена  $x(t)=1(t)$ .

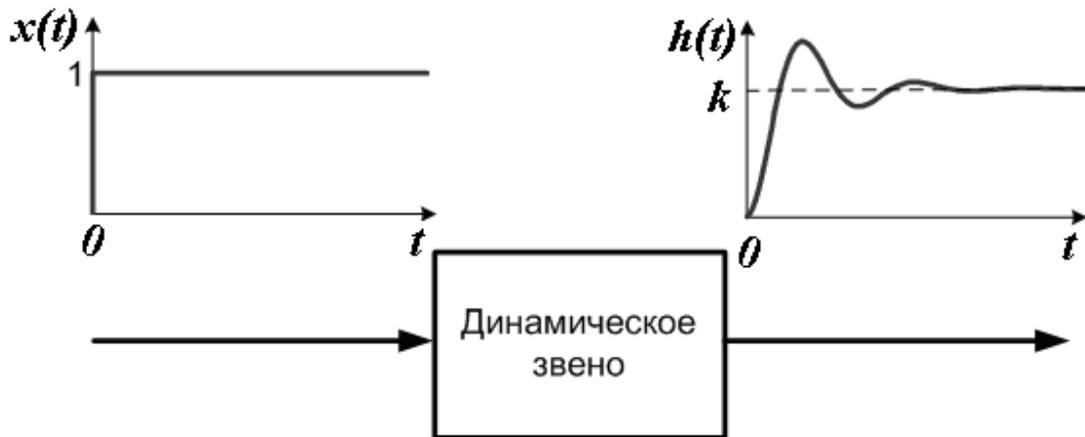


Рисунок 2 – Входное воздействие  $x(t) = 1(t)$  и переходная функция звена  $h(t)$

Переходная функция может быть определена экспериментально или вычислена теоретически.

Если на вход подается единичный скачок  $1(t)$ , то его изображение по Лапласу  $X(p) = L\{1(t)\} = \frac{1}{p}$ . Зная передаточную функцию звена  $W(p)$ , находим изображение выходной величины как:

$$Y(p) = W(p) \cdot \frac{1}{p}.$$

Переходя к оригиналу, получим

$$h(t) = L^{-1} \left\{ \frac{1}{p} \cdot W(p) \right\}.$$

Переход от изображения к оригиналу может быть осуществлен по таблице операционных соответствий (приложение А) или по теореме разложения.

### **Частотные характеристики звена.**

Частотными характеристиками называются формулы и графики, характеризующие реакцию звена на синусоидальное входное воздействие в установившемся режиме. Если на вход динамического звена поступает гармонический сигнал определенной частоты, то выходной сигнал имеет также гармонический характер и ту же частоту, но с другой амплитудой и фазой. В связи с этим различают амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики звена.

Если на вход звена подается единичный синусоидальный сигнал (рисунок 3)

$$x(t) = \sin \omega t,$$

то на выходе будет (в установившемся режиме)

$$y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \psi),$$

где  $A$  – амплитуда (точнее, усиление амплитуды);

$\psi$  – фаза (точнее, сдвиг по фазе).

**Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ)  $A(\omega)$**  есть зависимость отношения амплитуды колебаний на выходе звена к амплитуде на входе от частоты входного сигнала:

$$A(\omega) = \frac{A_{\text{вых}}(\omega)}{A_{\text{вх}}},$$

где  $A_{\text{вых}}(\omega)$ ,  $A_{\text{вх}}$  – соответственно амплитуды выходного и входного сигналов;

$\omega$  – частота входного сигнала.

АЧХ выражает отношение амплитуд колебаний на выходе звена и его входе в зависимости от частоты входного сигнала.

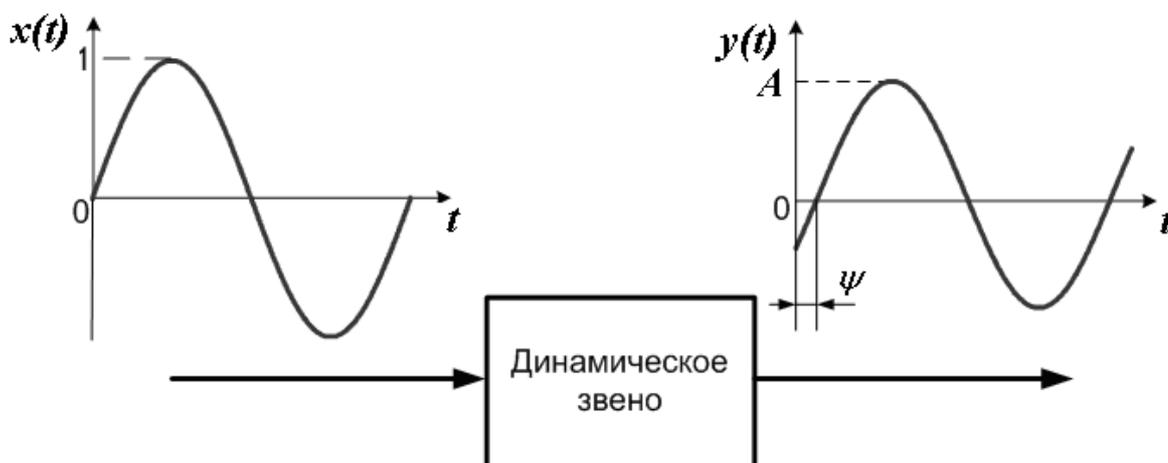


Рисунок 3 – Реакция устойчивого звена на синусоидальное воздействие

**Фазо-частотная характеристика (ФЧХ)**  $\Psi(\omega)$  есть зависимость разности фаз выходного и входного сигналов от частоты входного сигнала

$$\Psi(\omega) = \Psi_2 - \Psi_1,$$

где  $\Psi_2$ ,  $\Psi_1$  – начальные фазы соответственно выходного и входного сигналов.

Амплитудная и фазовая частотные характеристики, построенные по точкам, представлены на рисунке 4.

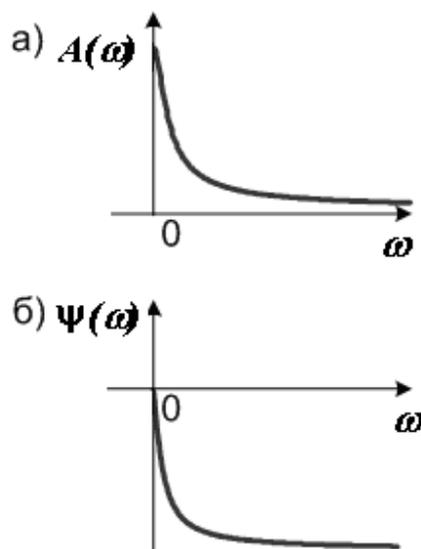


Рисунок 4 – Амплитудная (а) и фазовая (б) частотные характеристики звена

**Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ)** есть отношение выходного и входного гармонического сигналов, записанных в

комплексной форме, при изменении частоты входного сигнала от нуля до бесконечности:

$$W(j\omega) = \frac{\overline{Y(\omega)}}{\overline{X(\omega)}}.$$

АФЧХ изображается на комплексной плоскости и для каждой частоты представляет собой вектор длиной  $A(\omega)$ , идущий под углом  $\Psi(\omega)$  к вещественной положительной полуоси. Годограф, соединяющий концы векторов, построенных для всех частот от нуля и до бесконечности, и будет являться АФЧХ.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (ее еще называют комплексной передаточной функцией) звена получается из передаточной функции  $W(p)$  подстановкой  $p = j\omega$ :

$$W(j\omega) = W(p)|_{p=j\omega} = k \cdot \frac{B_m(j\omega)}{A_n(j\omega)}.$$

Амплитудно-фазовая частотная характеристика представляет собой комплексное число и может быть представлена в виде

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\Psi(\omega)} = \operatorname{Re}(\omega) + j\operatorname{Im}(\omega),$$

где  $A(\omega)$  – амплитудно-частотная характеристика;  
 $\operatorname{Re}(\omega)$  – вещественная частотная характеристика;  
 $\operatorname{Im}(\omega)$  – мнимая частотная характеристика.

$$A(\omega) = \sqrt{\operatorname{Re}(\omega)^2 + \operatorname{Im}(\omega)^2}.$$

Графически амплитудно-фазовая частотная характеристика изображается на комплексной плоскости (рисунок 5) в координатах ( $\operatorname{Re}(\omega)$ ,  $\operatorname{Im}(\omega)$ ), как годограф функции  $W(j\omega)$ . Можно строить амплитудно-фазовую частотную характеристику, выделив в выражении  $W(j\omega)$  вещественную и мнимую части. При этом частоту  $\omega$  изменяют от 0 до  $\infty$ .

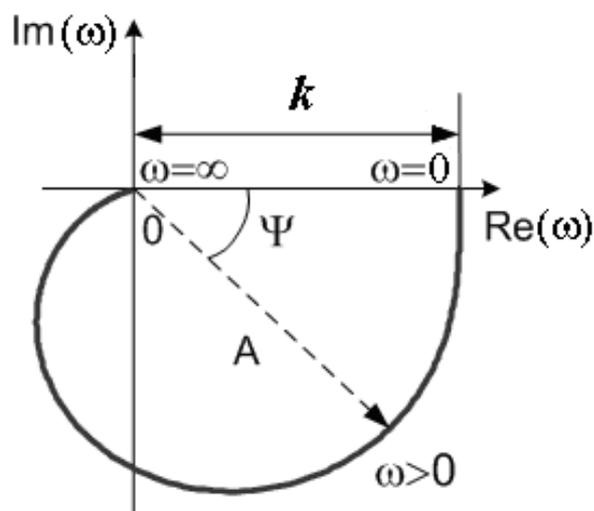


Рисунок 5 – АФЧХ звена

### Логарифмические частотные характеристики.

Чаще всего амплитудную и фазовую частотные характеристики изображают в логарифмическом масштабе частот и строят отдельно логарифмические амплитудно-частотную характеристику ЛАЧХ и фазо-частотную характеристику ЛФЧХ. Такие логарифмические частотные характеристики очень удобны для инженерных расчетов. По горизонтальной оси откладывается угловая частота в логарифмическом масштабе, то есть находят отметки соответствующие  $\lg \omega$ . Около отметок наносят действительные значения частот, единицы измерения которых радианы в секунду. Равномерной единицей на оси абсцисс является декада – любой отрезок, на котором значение частоты увеличивается в десять раз.

Зависимость логарифма модуля  $\ln A(\omega)$  АФЧХ от частоты, отложенной по оси абсцисс в логарифмическом масштабе, называется **логарифмической амплитудной характеристикой (ЛАХ)**. Обычно принято на графике по оси ординат откладывать не  $\ln A(\omega)$ , а пропорциональную ей величину –  $L(\omega) = 20 \lg A(\omega)$

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega) = 20 \lg |W(j\omega)|,$$

единицей измерения для которой является децибел (дБ). По оси абсцисс откладывается частота  $\omega$  в логарифмическом масштабе (рисунок 6). Точка пересечения ЛАЧХ с осью абсцисс называется частотой среза  $\omega_c$ . Начало координат обычно помещают в точке  $\omega = 1$ , так как  $\lg 1 = 0$ . Точка же  $\omega = 0$  лежит в  $-\infty$ . Однако, в зависимости от интересующего нас диапазона частот

можно начало координат брать и в другой точке ( $\omega = 0,1$ ;  $\omega = 10$  или другой).

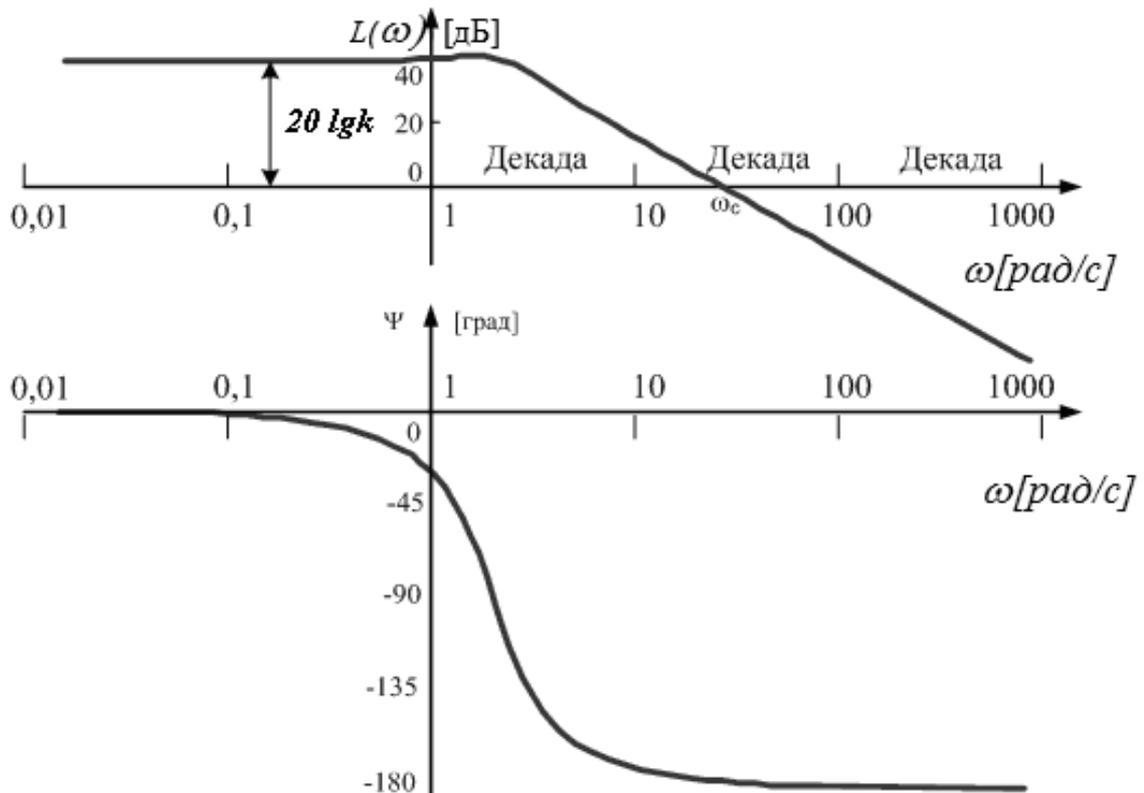


Рисунок 6 – Логарифмические частотные характеристики

При построении логарифмической фазовой частотной характеристики (ЛФЧХ) используется та же ось частот, то есть по оси абсцисс частота  $\omega$  откладывается по-прежнему в логарифмическом масштабе, а отсчет углов  $\Psi(\omega)$  идет по оси ординат в обычном масштабе в угловых градусах.

Достоинством логарифмических частотных характеристик является то, что частотные характеристики систем могут быть аппроксимированы отрезками прямых линий.

#### **Основные типы звеньев.**

Типы звеньев систем автоматического регулирования различаются в зависимости от вида их передаточных функций или дифференциальных уравнений.

Типовым динамическим звеном называют звено, которое описывается дифференциальным уравнением, порядок которого не выше второго.

Различают следующие основные типовые звенья:

– безынерционное (пропорциональное или усилительное);

- инерционное первого порядка (или апериодическое);
- инерционное второго порядка;
- колебательное;
- консервативное;
- интегрирующее (идеальное и реальное);
- дифференцирующее (идеальное и реальное).

Основные типы звеньев делятся на три группы:

- позиционные;
- дифференцирующие;
- интегрирующие.

Передаточные функции типовых динамических звеньев приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Типовые динамические звенья

Тип звена		Передаточная функция
Позиционные	Безынерционное	$W(p) = k$
	Апериодическое 1-го порядка	$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$
	Апериодическое 2-го порядка	$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} =$ $= \frac{k}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)},$ $T_{3,4} = \frac{T_1}{2} \pm \sqrt{\frac{T_1^2}{4} - T_2^2}, (T_1 > 2T_2)$
	Колебательное	$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi Tp + 1}$
	Консервативное	$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}$
Интегрирующие	Идеальное интегрирующее	$W(p) = \frac{k}{p}$
	Реальное интегрирующее	$W(p) = \frac{k}{p(Tp + 1)}$
Дифференцирующие	Идеальное дифференцирующее	$W(p) = kp$
	Реальное дифференцирующее	$W(p) = \frac{kp}{Tp + 1}$

Обозначим входную величину звена через  $x(t)$ , а выходную через  $y(t)$  (см. рисунок 1).

В звеньях **позиционного** типа линейной зависимостью  $y(t) = kx(t)$  связаны выходная и входная величины в установившемся режиме. Коэффициент пропорциональности  $k$  между выходной и входной величинами представляет собой коэффициент передачи звена.

В звеньях **интегрирующего** типа линейной зависимостью  $\frac{dy(t)}{dt} = kx(t)$  связаны производная выходной величины и входная величина в установившемся режиме. В этом случае для установившегося режима будет справедливо равенство  $y(t) = k \int x(t) dt$ , т. е. выходная величина пропорциональна интегралу по времени от входной величины, откуда и произошло название этого типа звеньев.

В звеньях **дифференцирующего** типа линейной зависимостью  $y(t) = k \frac{dx(t)}{dt}$  связаны в установившемся режиме выходная величина и производная входной, откуда и произошло название этого типа звеньев.

Знание характеристик типовых звеньев необходимо для расчетов систем управления.

**Идеальное усилительное (безынерционное) звено.**

Уравнение и передаточная функция звена имеют вид:

$$y(t) = k \cdot x(t); W(p) = k.$$

Примерами безынерционного звена являются редуктор, делитель напряжения, датчики угла, безынерционный усилитель и др.

В действительности безынерционных звеньев нет. Обычно в САУ идеальными считают звенья, инерционность которых значительно меньше инерционности других звеньев. Чаще всего это различные датчики и предварительные усилители. Инерционное запаздывание многих измерительных элементов автоматических систем (датчиков угла рассогласования, фотоэлектрических датчиков, магнитоэлектрических датчиков) мало, поэтому их считают безынерционными звеньями.

Частотные характеристики звена описываются следующими выражениями и представлены на рисунке 7:

$$W(j\omega) = k; A(\omega) = k; \Psi(\omega) = 0.$$

Переходная функция звена имеет вид:

$$h(t) = k \cdot I(t).$$

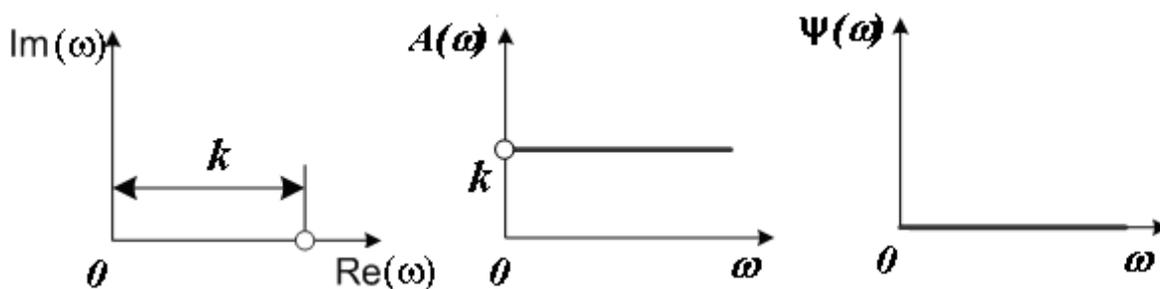


Рисунок 7 – Частотные характеристики безынерционного звена

При подаче на вход звена ступенчатого воздействия соответствующее значение выходной величины устанавливается мгновенно. То есть выходная координата безынерционного звена повторяет с точностью до коэффициента  $k$  закон изменения входной координаты.

### **Инерционное звено 1-го порядка (апериодическое звено).**

Уравнение и передаточная функция звена имеют вид:

$$(Tp+1)Y(p) = kX(p); W(p) = \frac{k}{Tp+1},$$

где  $T$  – постоянная времени;

$k$  – коэффициент передачи звена.

Примерами инерционных (апериодических) звеньев являются двигатели постоянного тока, если  $x(t)$  – напряжение питания, а  $y(t)$  – угловая скорость вала  $\omega(t)$ ; двухфазные асинхронные двигатели; усилители при учете инерционного запаздывания; массивное тело, если входной величиной считать количество поступающего в единицу времени тепла  $Q$ , а выходной – температуру в какой-либо точке внутри тела и др.); L-R цепочка.

Амплитудно-фазовая частотная характеристика инерционного звена имеет вид и представлена на рисунке 8:

$$W(j\omega) = \frac{k}{j\omega T + 1}.$$

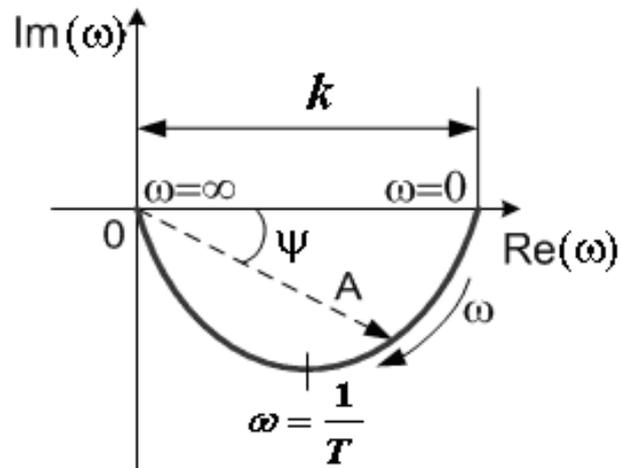


Рисунок 8 – Амплитудно-фазовая частотная характеристика инерционного звена

Из  $W(j\omega)$  находим выражения для АЧХ и ФЧХ, графики которых представлены на рисунке 9:

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}}; \quad \Psi(\omega) = -\arctg\omega T.$$

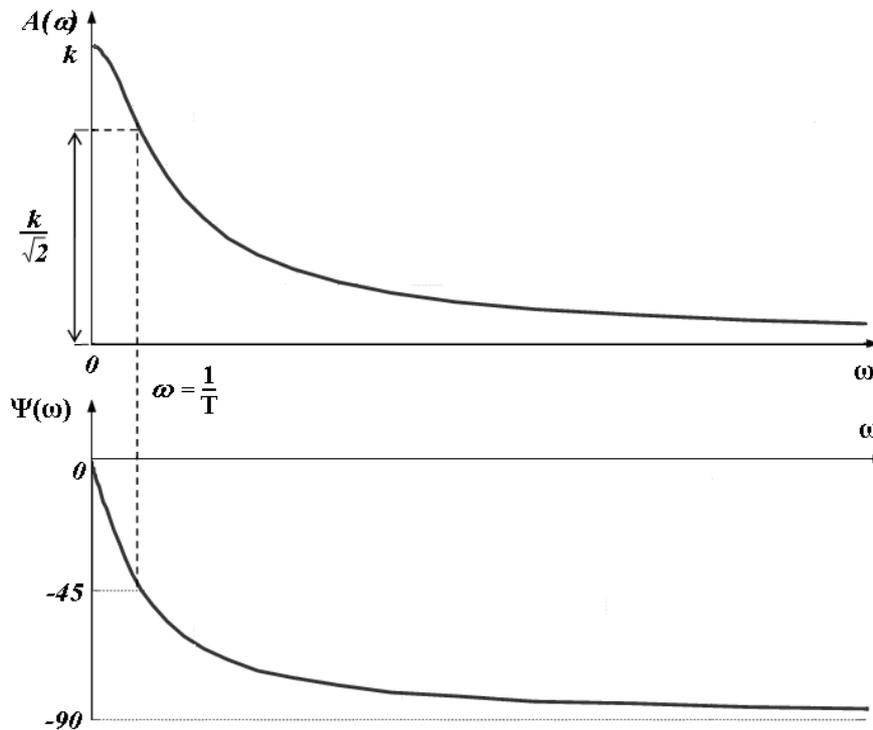


Рисунок 9 – Амплитудно-частотная и фазо-частотная характеристики инерционного звена

Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика инерционного звена имеет вид:

$$L(\omega) = 20\lg \frac{k}{\sqrt{T^2\omega^2 + 1}} = 20\lg k - 20\lg \sqrt{T^2\omega^2 + 1}.$$

Эта характеристика имеет асимптоты:

а) при  $\omega \rightarrow 0$   $L(\omega) \rightarrow 20\lg k$ ;

б) при  $\omega \rightarrow \infty$   $L(\omega) \rightarrow 20\lg k - 20\lg T\omega$ .

Последняя асимптота будет наклонной прямой с наклоном -20 дБ/дек, а первая – горизонтальная прямая. Пересекаются асимптоты в точке  $\omega_c = \frac{1}{T}$ .

Сама ЛАЧХ близка к этим асимптотам.

На логарифмической сетке по оси частот откладывается сопрягающая частота  $\omega_c = \frac{1}{T}$  (рисунок 10). Для частот меньших, чем сопрягающая, т. е. при  $\omega < \frac{1}{T}$ , можно пренебречь вторым слагаемым под корнем, тогда слева от сопрягающей частоты можно заменить  $L(\omega)$  приближенным выражением

$$L(\omega) \approx 20\lg k.$$

Этому выражению соответствует горизонтальная прямая. Для частот больших сопрягающей  $\omega > \frac{1}{T}$  в выражении для  $L(\omega)$  можно пренебречь единицей под корнем. Тогда  $L(\omega) = 20\lg k - 20\lg(\omega T)$ . Второе слагаемое представляет собой прямую линию, идущую под наклоном -20 дБ/дек. Ломаная линия и называется асимптотической ЛАЧХ. Наибольшее отклонение точной ЛАЧХ от асимптотической приблизительно равно 3 дБ на частоте сопряжения, т. к.

$$\Delta L\left(\frac{1}{T}\right) = 20\lg k - 20\lg \sqrt{2} = 20\lg k - 3,03.$$

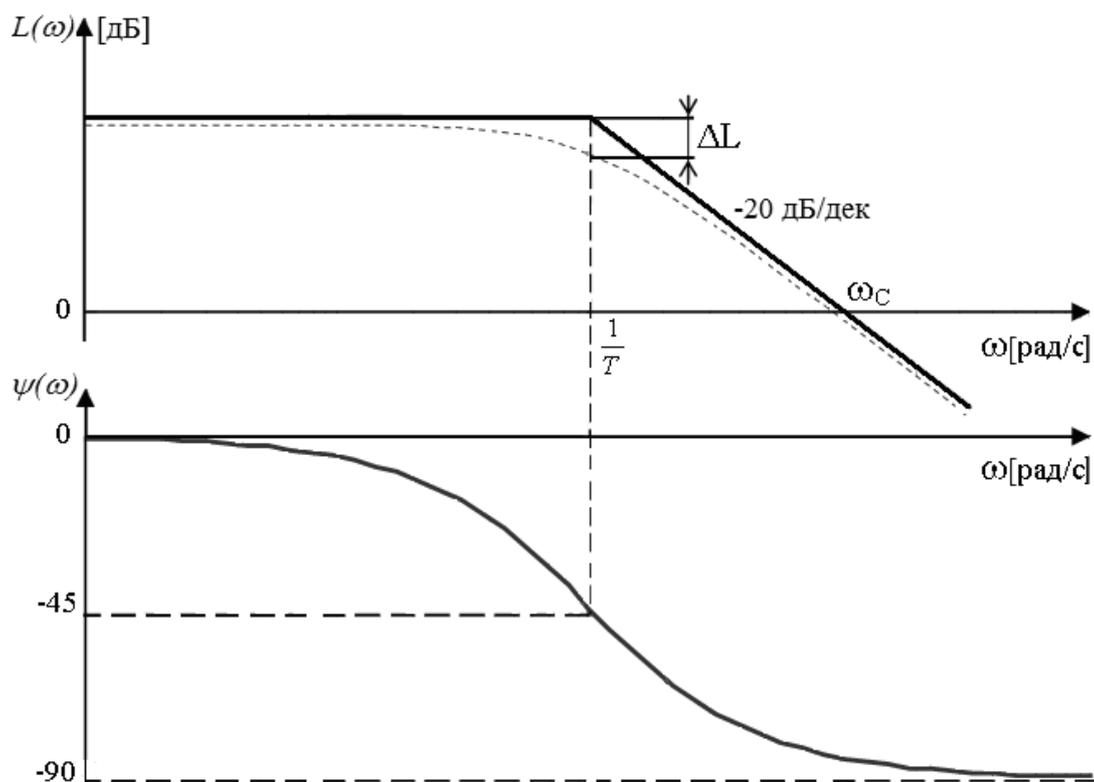


Рисунок 10 – ЛАЧХ и ЛФЧХ инерционного звена

Переходная функция, согласно решению уравнения звена, при  $x(t) = I(t)$  и нулевых начальных условиях имеет вид:

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}}).$$

Она изображена на рисунке 11.

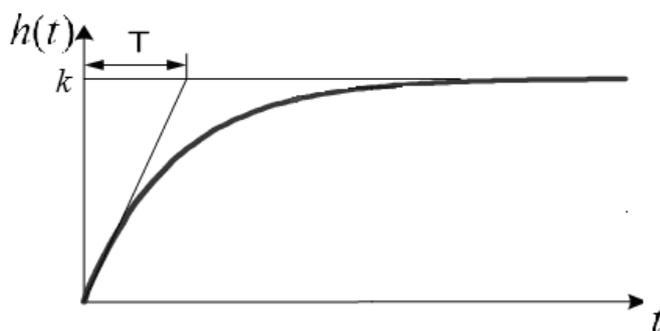


Рисунок 11 – Переходная функция инерционного звена

Постоянная времени  $T$  определяет наклон касательной в начале кривой (рисунок 11). Следовательно, величина  $T$  характеризует степень

инерционности звена, т. е. длительности переходного процесса.

**Колебательное звено.**

Уравнение и передаточная функция звена имеют вид:

$$(T_2^2 p^2 + T_1 p + 1)Y(p) = kX(p); \quad W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1},$$

причем предполагается  $T_1 < 2T_2$ , так что корни характеристического уравнения  $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$  – комплексные.

Общепринята запись передаточной функции колебательного звена в виде:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1},$$

где  $T = T_2$ ,  $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$  причем  $0 < \xi < 1$ , так как  $T_1 < 2T_2$ .

При  $\xi \geq 1$  звено становится инерционным звеном второго порядка.

АФЧХ, АЧХ и ФЧХ звена приведены на рисунке 12 и рассчитываются по формулам:

$$W(j\omega) = \frac{k}{T^2(j\omega)^2 + j\omega 2\xi T + 1};$$

$$A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1 - T^2 \omega^2)^2 + 4\omega^2 \xi^2 T^2}};$$

$$\Psi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi \omega T}{1 - T^2 \omega^2}.$$

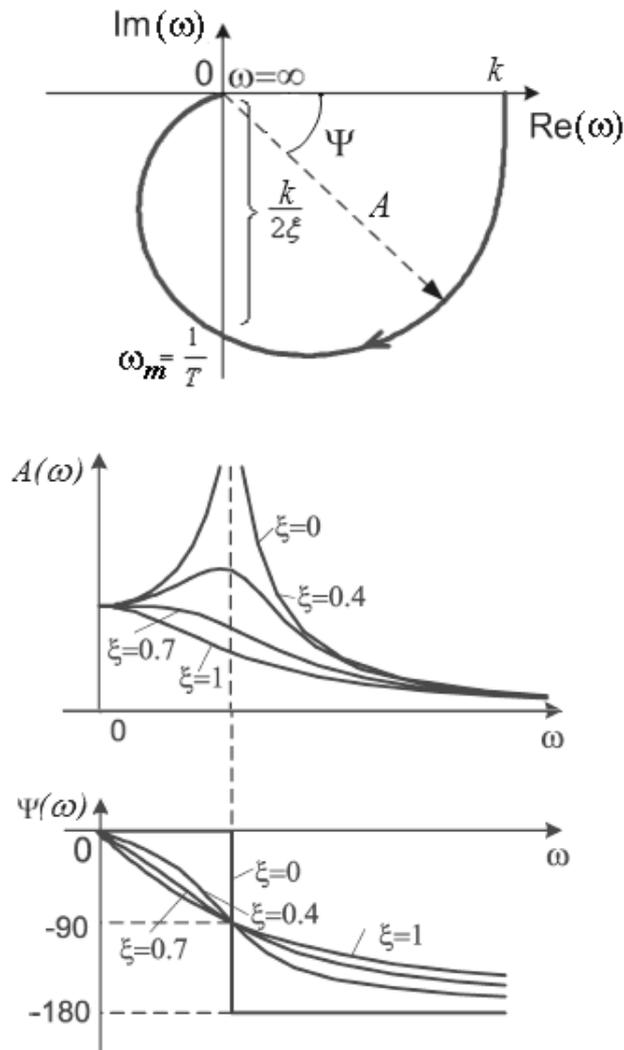


Рисунок 12 – Частотные характеристики колебательного звена

Амплитудная характеристика уменьшается с увеличением  $\omega$ , т. е.  $A(\omega) \leq k$ , если  $1 > \xi > 0,707$ . При  $\xi < 0,707$  появляется максимум на характеристике  $A(\omega)$ , который уходит в бесконечность при  $\xi \rightarrow 0$ . Поэтому величина  $\xi = \frac{T_1}{2T_2}$  называется параметром затухания. Отсюда видна роль постоянных времени  $T_1$  и  $T_2$  в уравнении звена: постоянная  $T_2$  увеличивает колебания, а  $T_1$  – демпфирует их.

Если АФЧХ звена определена экспериментально, то с ее помощью можно определить параметры  $k$ ,  $\xi$  и  $T$ :

–  $k$  равен длине отрезка на вещественной оси от начала координат до точки АФЧХ при  $\omega = 0$ ;

–  $\xi$  находится из выражения  $AB = \frac{k}{2\xi}$ ;  $\xi = \frac{k}{2AB}$ ;  $T = \frac{1}{\omega_m}$ .

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика звена

$$L(\omega) = 20\lg k - 20\lg \sqrt{(1 - T^2\omega^2)^2 + 4\omega^2\xi^2 T^2}.$$

При значениях  $0,5 < \xi < 1$  характеристика близка к ломаной (рисунок 13).

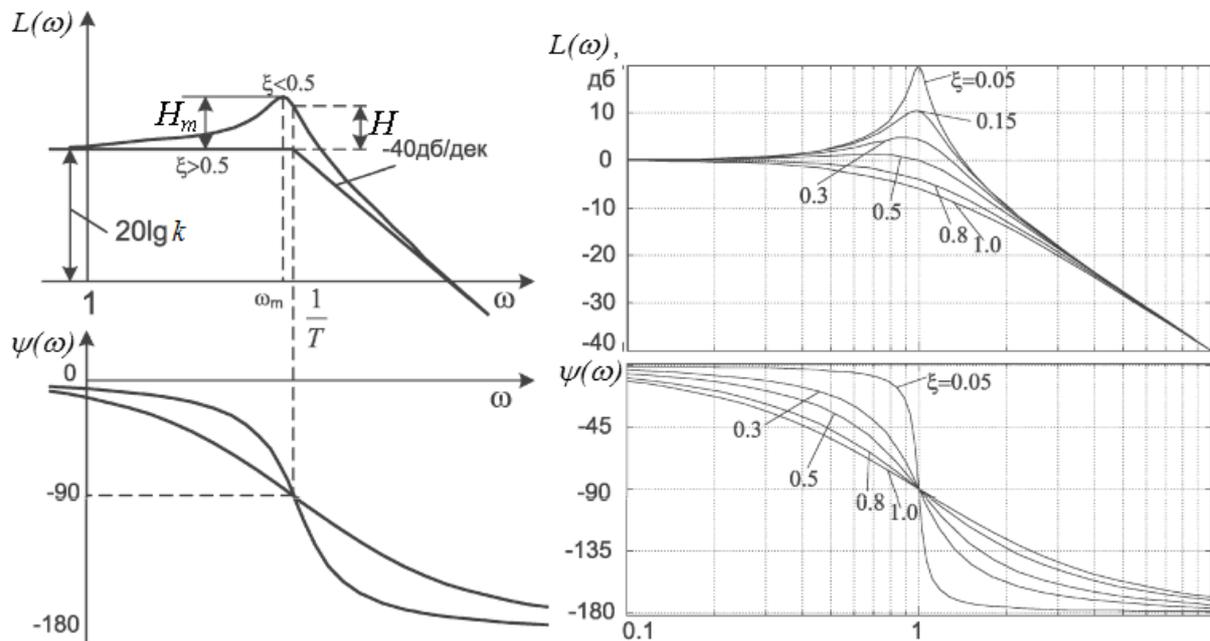


Рисунок 13 – Логарифмические частотные характеристики колебательного звена при различных значениях  $\xi$

Если же  $\xi < 0,5$ , то получается заметный максимум (см. рисунок 13). Тут необходимо вычислять превышение  $H_m$

$$H_m = 20\lg \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}}$$

на частоте

$$\omega_m = \frac{1}{T} \sqrt{1-2\xi^2}.$$

Имеются шаблоны для вычерчивания этой кривой.

В упрощенных расчетах достаточно находить  $H_m$  приближенно (см. рисунок 13):

$$H_m \approx 20 \lg \frac{1}{2\xi} \text{ при } \omega = \frac{1}{T}.$$

Переходная функция колебательного звена изображена на рисунке 14.

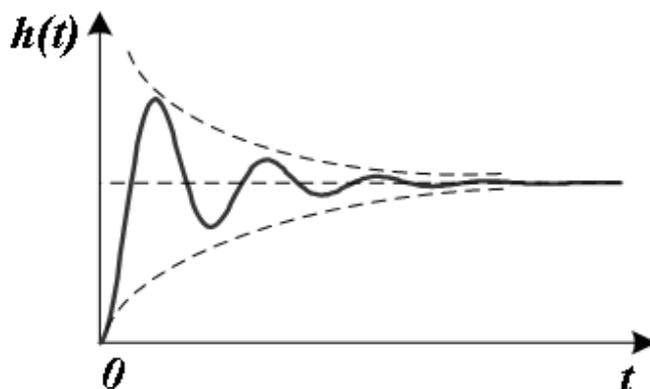


Рисунок 14 – Переходная функция колебательного звена

Она рассчитывается по формуле:

$$h(t) = k \left[ 1 - e^{-\frac{\xi}{T}t} \left( \cos \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{T}t \right) \right].$$

При  $\xi = 1$  колебания вырождаются в аperiodический процесс.

При  $\xi = 0$  колебания становятся незатухающими (периодическими), и в этом случае колебательное звено носит название консервативного звена.

Примерами колебательных звеньев являются управляемые двигатели постоянного тока, упругие механические передачи, цепочка R-L-C, пружина.

### **Реальное дифференцирующее звено.**

Уравнение и передаточная функция звена:

$$(Tp+1)Y(p) = kpX(p); W(p) = \frac{kp}{Tp+1}.$$

АФЧХ, АЧХ и ФЧХ звена приведены на рисунке 15 и рассчитываются по формулам:

$$W(j\omega) = \frac{j\omega k}{1+j\omega T}; A(\omega) = \frac{k\omega}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}; \Psi(\omega) = 90^\circ - \arctg \omega T.$$

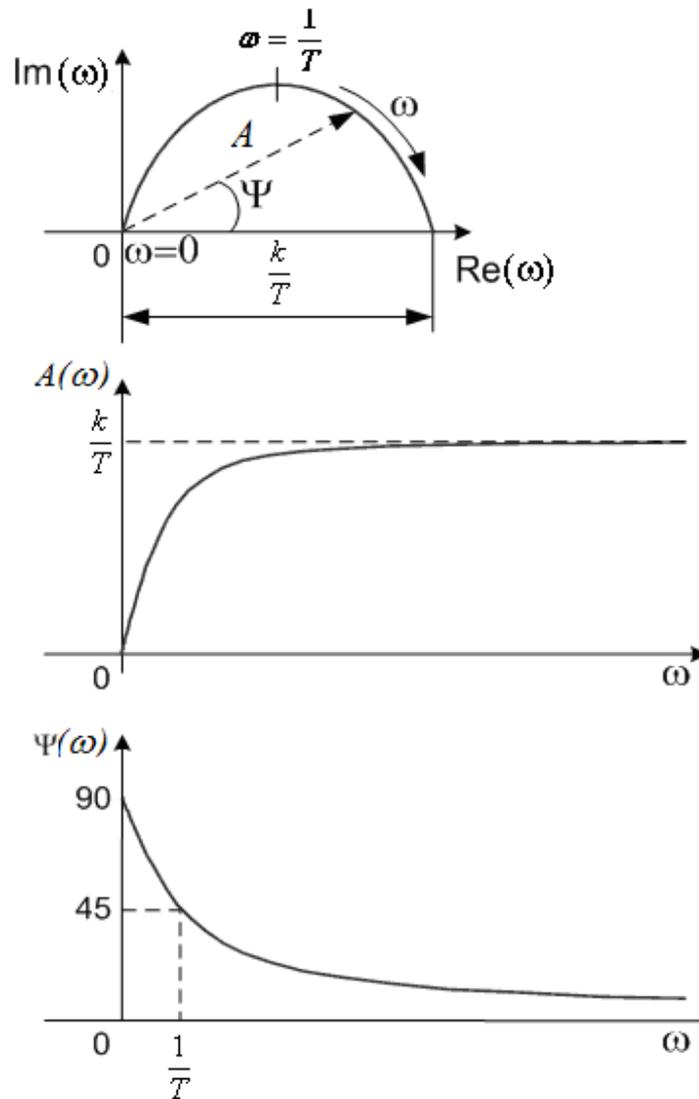


Рисунок 15 – Частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Логарифмические частотные характеристики приведены на рисунке 16. Логарифмическая амплитудно-частотная характеристика реального дифференцирующего звена имеет вид:

$$L(\omega) = 20 \lg k + 20 \lg \omega - 20 \lg \sqrt{1 + \omega^2 T^2} .$$

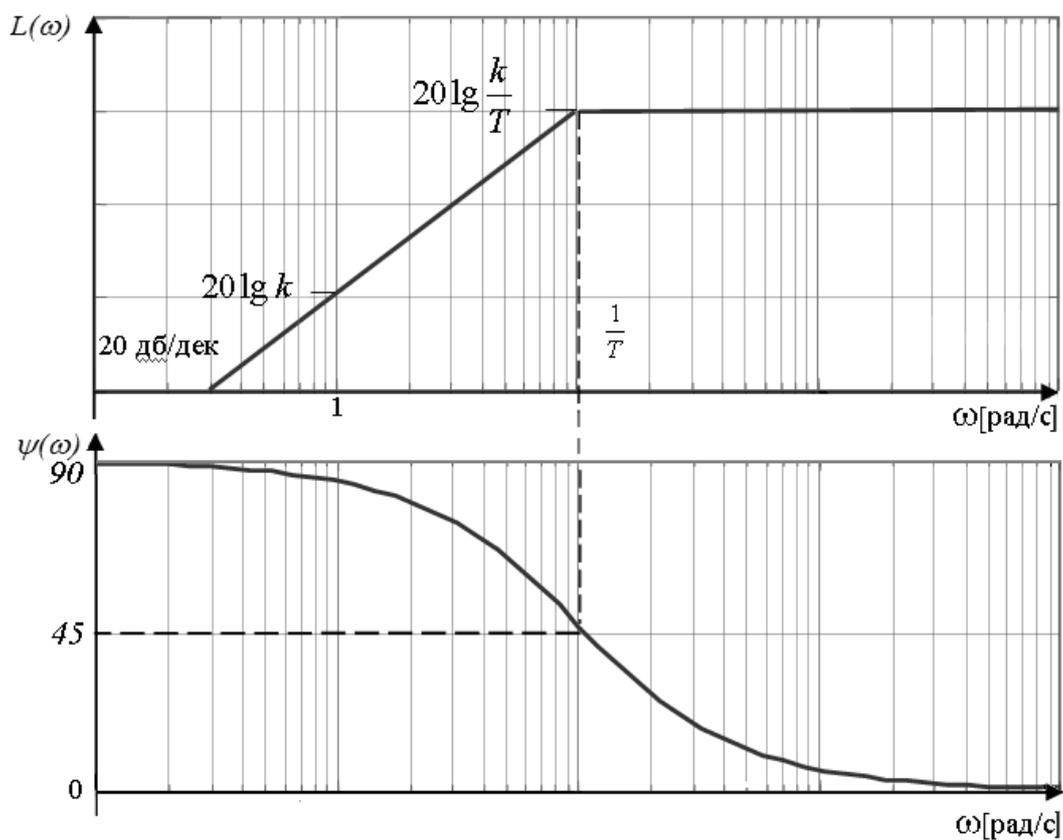


Рисунок 16 - Логарифмические частотные характеристики реального дифференцирующего звена

Переходная функция (рисунок 17) имеет вид:

$$h(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}}, \quad t > 0.$$

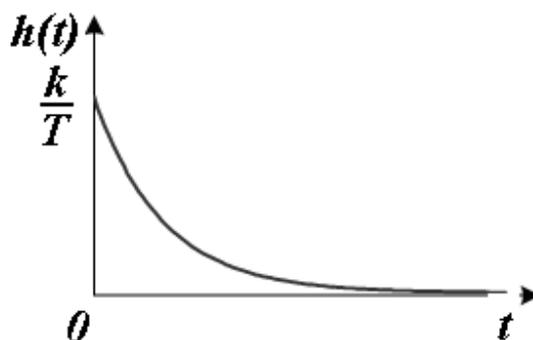


Рисунок 17 – Переходная функция реального дифференцирующего звена

Примерами такого типа звена являются обычная цепочка RC, трансформатор, механический демпфер с пружиной.

#### 1.4 Расчет и построение переходных и частотных характеристик с помощью пакета Mathcad

Пакет программ Mathcad фирмы MathSoft относится к программным системам компьютерной математики. Он имеет простой и удобный интерфейс, сочетающийся с мощными средствами для выполнения сложных математических расчетов.

Для получения частотных характеристик следует задать ранжированную переменную, определяющую расчетный диапазон частот в формате:

<имя переменной частоты>:=<первое значение>,<второе> .. <последнее>.

Здесь диапазон «..» вводится при нажатии клавиши «;».

Далее определяется комплексная переменная  $p(\omega) := i \cdot \omega$ . Здесь  $i$  – мнимая единица, считается известной в Mathcad (возможно задать ее значение  $i := \sqrt{-1}$ ). Квадратный корень задается в шаблоне, который вызывается символом «\». Затем вводится выражение передаточной функции как переменной, зависящей от  $p$ .

Пример задания частоты от 0.025 до 100 с шагом 0.025  $\text{с}^{-1}$ .

Диапазон изменения частоты	$\omega := 0.025, 0.05 .. 100$
Мнимая единица	$i := \sqrt{-1}$
Замена оператора Лапласа	$p(\omega) := i \cdot \omega$

Далее в виде функции с помощью оператора присваивания задаётся расчетное выражение передаточной функции с использованием определенной переменной  $p$ . В левой части оператора в скобках после имени функции, указывается имя ранжированной переменной-аргумента. Например,

$$W(p) := \frac{a_3 \cdot p^3 + a_2 \cdot p^2 + a_1 \cdot p + a_0}{b_4 \cdot p^4 + b_3 \cdot p^3 + b_2 \cdot p^2 + b_1 \cdot p + b_0}$$

Затем определяются выражения различных частотных характеристик. При этом используются следующие встроенные функции Mathcad:

$Re(<\text{выражение}>)$  – выделение действительной части выражения;

$Im(<выражение>)$  – выражение мнимой части выражения;

$|<выражение>|$  – взятие модуля выражения;

$arg(<выражение>)$  – взятие аргумента выражения в радианах.

Пример определения выражений частотных характеристик в Mathcad.

Выражения вещественной и мнимой характеристик системы	
$r(p) := \operatorname{Re}(W(p))$	$i(p) := \operatorname{Im}(W(p))$
Амплитудночастотная и фазочастотные характеристики системы	
$A(p) :=  W(p) $	$\phi(p) := \operatorname{arg} W(p) \cdot \frac{180}{\pi}$
Логарифмическая амплитудночастотная характеристика	
$L(p) := 20 \log  W(p) $	

Двухмерные графики в декартовой системе координат строятся в Mathcad с помощью шаблона, вызываемого символом @ (рисунок 18).

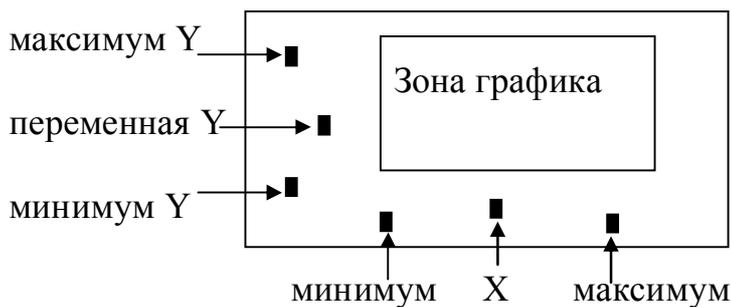


Рисунок 18 – Шаблон двухмерного графика XY Plot

При заполнении шаблона сначала указываются переменные (или расчетные выражения), значения которых отображаются в осях X и Y. При этом следует указывать в скобках полную структуру ранжированной переменной. Можно не указывать диапазон изменения переменных (максимальные и минимальные значения), при этом будут автоматически отображаться на графике все значения.

Если выполнить двойной клик левой кнопки мыши по графику, то раскроется диалоговое окно настроек графика. Страница «XY Axes» содержит настройки отображения осей графика с помощью трех групп маркеров: осей абсцисс (*X-Axis*) и ординат (*Y-Axis*), а так же вида осей графика (*Axes Style*). Для настройки отображения данных по осям используются позиции маркеров:

*Log Scale* – установка логарифмической шкалы;

*Grid Lines* – отображение сетки шкалы;  
*Numbered* – показ числовых значений линий сетки на шкале;  
*Autoscale* – автоматическое масштабирование графика;  
*Show Markers* – отображение маркеров графика;  
*Auto Grid* – автоматическое определение числа линий сетки, если оно выключено, то в поле *Number of Grid* следует указать число линий сетки на оси.

Общий вид графика настраивается с помощью следующих переключателей:

*Boxed* – на графике не выделяются координатные оси;  
*Crossed* – на графике строятся координатные оси;  
*None* – на графике не показывается координатная сетка и оси.

Если установить маркер в позицию *Equal Scales*, то масштаб отображения по осям  $X$  и  $Y$  выбирается одинаковым. Пример построения графиков приведен на рисунке 19.

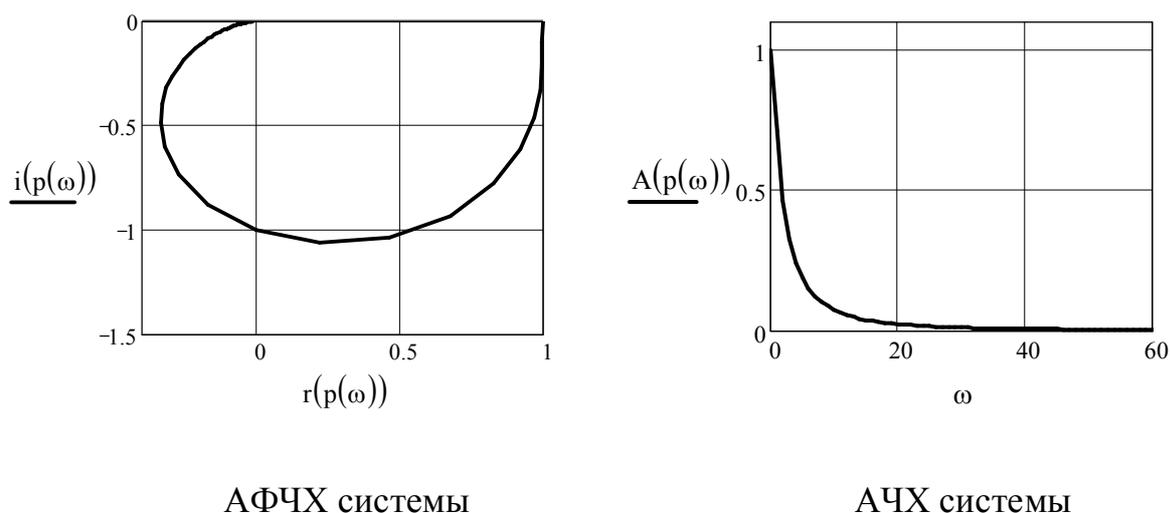


Рисунок 19 – Частотные характеристики системы

При построении логарифмических характеристик следует в окне настроек графика для оси абсцисс установить маркеры в позициях *Log Scale* и *Grid Lines*. Чтобы построить в одних координатных осях шаблона несколько графиков, следует в позиции задания имени функции оси  $Y$  указать сначала первую функцию графика (ЛАЧХ), а далее через запятую записать имя второй функции (ФЧХ). При этом снизу имени будет выведен пример линии, которой нарисован график соответствующей функции. При построении

графика ФЧХ следует учитывать, что расчетное значение ФЧХ будет лежать в диапазоне от минус 180 до плюс 180°.

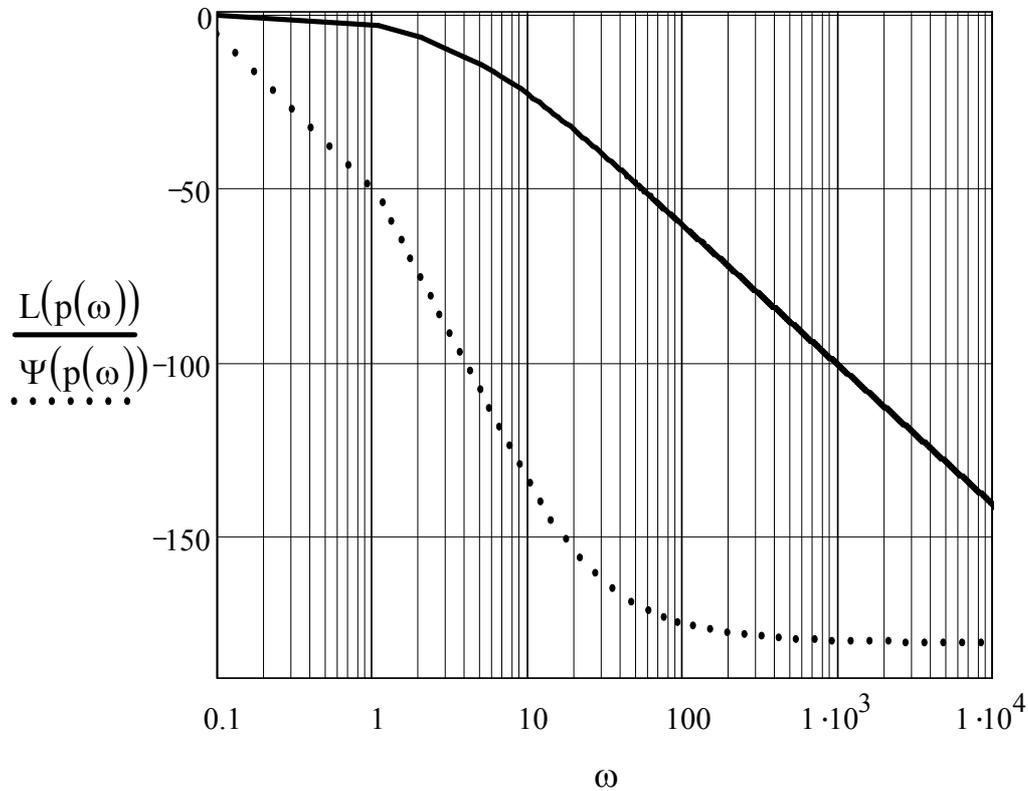


Рисунок 20 – ЛАЧХ и ЛФЧХ системы

Расчет переходных характеристик системы в Mathcad можно выполнить символьными обратными преобразованиями Лапласа. При этом используется раздел меню **Symbolics** Главного меню Mathcad, в котором для записанного выражения передаточной функции (для обозначения оператора Лапласа следует использовать символ  $s$  вместо  $p$ ) используется символьная функция обратного преобразования Лапласа **invlaplace** из подраздела **Transform**.

Пример получения выражения переходной характеристики:

$$h(t) := \frac{1}{s} \cdot \frac{0.2}{2 \cdot s^2 + 0.1 \cdot s + 1} \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace, } s \\ \text{float, 2} \end{array} \right. \rightarrow .20 - .20 \cdot e^{(-.25e-1) \cdot t} \cdot \cos(.71 \cdot t) - .71e-2 \cdot e^{(-.25e-1) \cdot t} \cdot \sin(.71 \cdot t)$$

График строится с помощью шаблона XY Plot (рисунок 21)

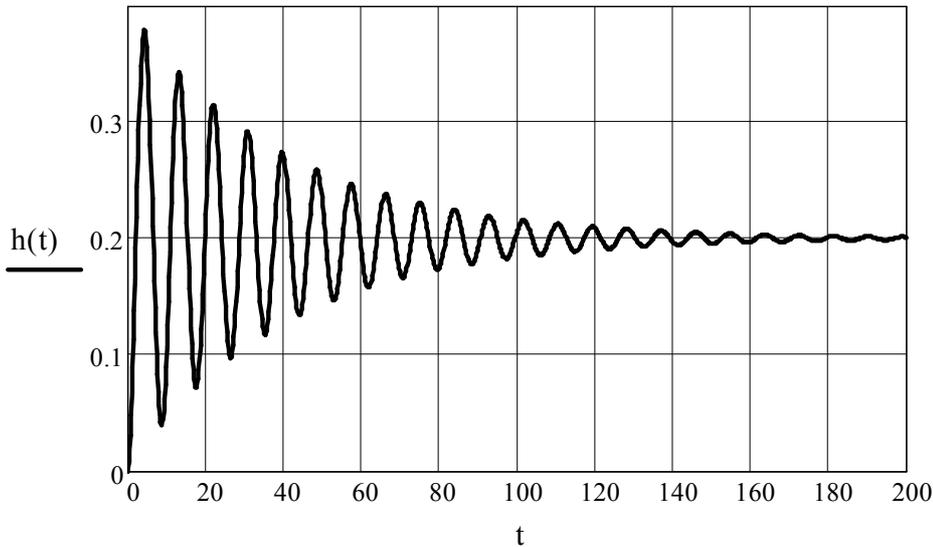


Рисунок 21 – Построение переходной характеристики

### 1.5 Получение переходных и частотных характеристик с помощью программы Simulink

Программа Simulink является расширением программного пакета MATLAB. При моделировании с помощью Simulink реализуется принцип визуального программирования, в соответствии с которым пользователь на экране из библиотеки стандартных блоков создает модель устройства и осуществляет расчеты.

Для запуска программы необходимо предварительно запустить пакет MATLAB, после чего запускается программа Simulink путем нажатия кнопки  на панели командного окна MATLAB.

При запуске Simulink открываются два окна:

- пустое окно *untitled* (заготовка для создания новой модели);
- окно *Simulink Library Browser*, содержащее перечень основных разделов библиотеки Simulink.

Библиотека блоков Simulink представляет собой набор визуальных объектов, используя которые можно собирать, как из кубиков, произвольную конструкцию. Для любого блока можно получать требуемое число копий и использовать каждую из них абсолютно автономно. Более того, практически для всех блоков существует возможность индивидуальной настройки: пользователь может изменить как внутренние параметры блоков (количество входов и т. д.), так и внешнее оформление (имя, размер, цвет и т. д.).

Для моделирования работы динамических звеньев и получения их частотных и переходных характеристик используются следующие разделы:

- *Sources* (источники);
- *Sinks* (приемники);
- *Continuous* (линейные элементы).

На рисунке 22 приведен пример модели, собранной в Simulink.

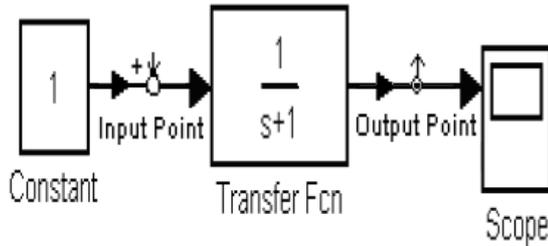


Рисунок 22 – Схема модели

На данном рисунке представлены:

- *Constant* – источник сигналов, который формирует постоянную величину (скаляр, вектор или матрицу);
- *Transfer Fcn* – звено, имеющее передаточную функцию, которая может задаваться пользователем;
- *Scope* – осциллограф, позволяющий наблюдать динамику изменения характеристик системы. В данной лабораторной работе на экране осциллографа будем наблюдать переходной процесс при подаче на вход единичного сигнала, т. е. переходную функцию. Открыть окно осциллографа можно дважды щелкнув на его изображении. По оси ординат шкалы измерений откладываются значения наблюдаемой величины, по оси абсцисс – значения модельного времени.

Далее, если это требуется, нужно изменить параметры блока, установленные программой «по умолчанию». Для этого необходимо дважды щелкнуть левой клавишей «мыши», указав курсором на изображение блока. Откроется окно редактирования параметров данного блока. При задании численных параметров следует иметь в виду, что в качестве десятичного разделителя должна использоваться точка, а не запятая. После внесения изменений нужно закрыть окно кнопкой **ОК**. На рисунке 23 в качестве примера показаны блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров данного блока.

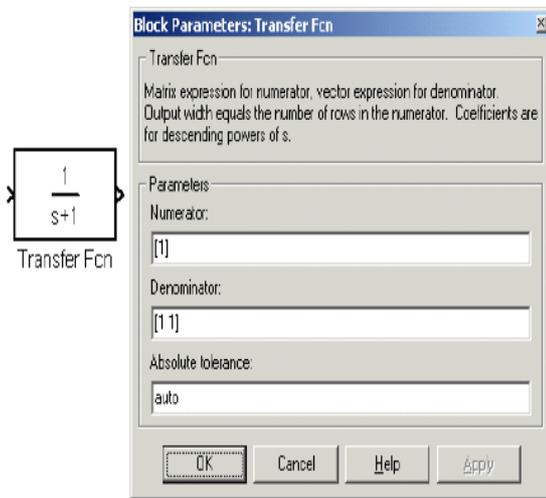


Рисунок 23 – Блок, моделирующий передаточную функцию и окно редактирования параметров блока

Запуск расчета выполняется с помощью выбора пункта меню **Simulation/Start** или инструмента  на панели инструментов. Процесс расчета можно завершить досрочно, выбрав пункт меню **Simulation/Stop** или инструмент . Расчет также можно остановить (**Simulation/Pause**) и затем продолжить (**Simulation/Continue**).

Для получения частотных характеристик исследуемых систем используют инструмент Simulink LTI-Viewer, который входит в состав пакета прикладных программ Control System Toolbox.

Краткий алгоритм работы с Simulink LTI-Viewer приведен ниже:

- выполнить команду **Tools\Linear Analysis...** окна **Simulink** модели. В результате выполнения команды откроется окно **Model Inputs and Outputs** как это показано на рисунке 24, а также пустое окно **Simulink LTI-Viewer**;

- установить блок **Input Point** на входе и блок **Output Point** на выходе исследуемой системы, как это показано на рисунке 22;

- в окне LTI Viewer выполнить команду **Simulink\Get Linearized Model**.

Данная команда выполняет линейризацию модели и строит реакцию системы на единичное ступенчатое воздействие;

- для получения остальных характеристик системы необходимо выполнить команду **Edit\Plot Configuration...** в окне **LTI Viewer**. В результате выполнения этой команды откроется окно **Plot Configuration**.

В открывшемся окне можно выбрать число отображаемых графиков (панель **Select a response plot configuration**) и вид отображаемых графиков (панель **Response type**). В данной лабораторной работе используются следующие графики (диаграммы):

- **step** – реакция на единичное ступенчатое воздействие.
- **bode** – логарифмические амплитудная и фазовая частотные характеристики.
- **nyquist** – диаграмма Найквиста (амплитудно-фазовая частотная характеристика).

С помощью команды **Edit\Viewer Preferences...** выполняются установка единиц измерения (вкладка **Units**).

Вкладка **Units** окна позволяет задать единицы измерения частоты (рад/с или Гц), уровня (**dB** или абсолютные единицы), фазы (градусы или радианы), а также установить вид шкалы частоты (логарифмический или линейный).

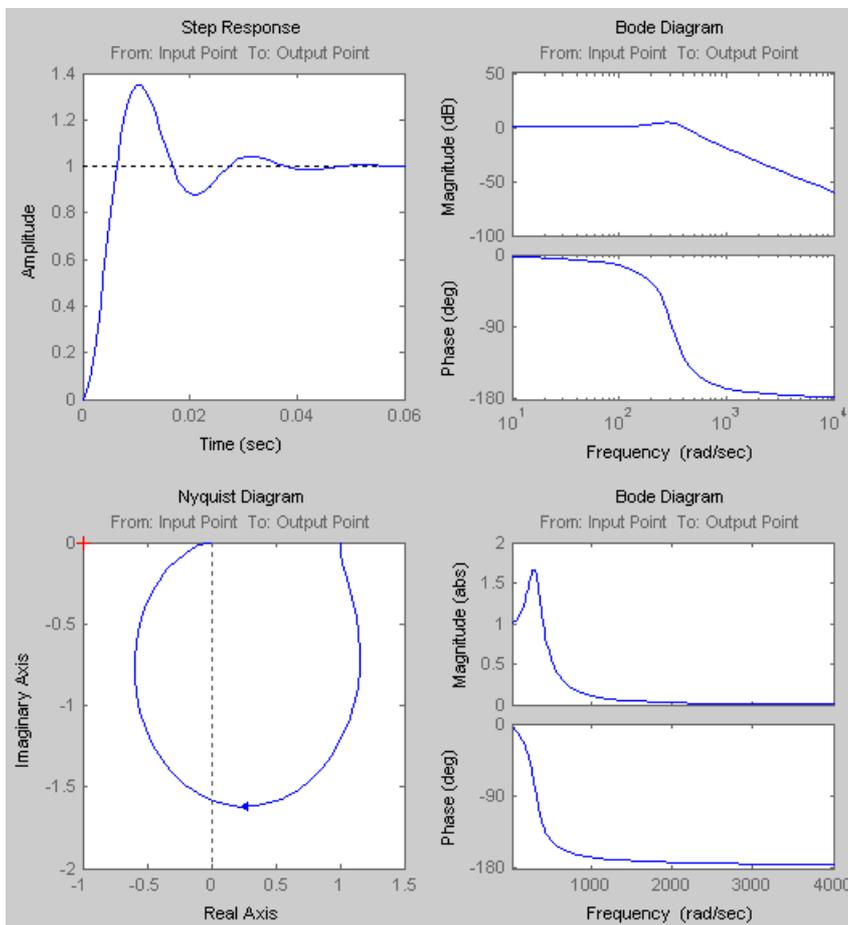


Рисунок 24 – Окно **Simulink LTI-Viewer** с графиками переходной функции и частотных характеристик

### Контрольные вопросы

1 Дать определение динамического звена; типового динамического звена. По каким признакам разделяют элементы различной физической природы на типовые динамические звенья?

2 Дать понятие об установившемся и переходном режимах.

3 Что такое коэффициент передачи звена?

4 Перечислите способы описания динамических свойств звеньев.

5 Дать понятие о прямом и обратном преобразовании Лапласа, назвать его свойства.

6 Что такое передаточная функция?

7 Что такое переходная характеристика?

8 В чем заключается физический смысл постоянной времени? Как связаны время окончания переходного процесса и постоянная времени? Как графически определяется постоянная времени?

9 Перечислите основные типовые динамические звенья и приведите их дифференциальные уравнения и передаточные функции.

10 Как влияет коэффициент затухания колебательного звена на вид его переходной характеристики?

11 Чем отличается переходная характеристика реального дифференцирующего звена от переходной характеристики идеального дифференцирующего звена? Как отличаются их частотные характеристики?

12 Назовите виды частотных характеристик звеньев и их физический смысл.

13 Расскажите методику получения частотных характеристик по передаточной функции.

14 Расскажите методику экспериментального получения переходных и частотных характеристик звеньев.

15 Расскажите методику составления детализированных структурных схем.

16 Как по АЧХ и ФЧХ звена можно определить его параметры?

### 1.6 Исходные данные для выполнения лабораторной работы

Для каждого из четырех звеньев, схемы которых приведены на рисунке 25, а параметры в таблицах 1 и 2 выполнить следующее:

- по принципиальной схеме звена вывести дифференциальное уравнение;
- получить передаточную функцию звена  $W(p)$ , привести ее к типовой форме, определить параметры звена, входящие в передаточную функцию;

– используя обратное преобразование Лапласа, получить выражение для переходной характеристики звена и построить эту характеристику по характерным точкам;

– вывести выражения для АЧХ, ФЧХ, АФЧХ, ЛАЧХ, ЛФЧХ и построить эти характеристики по характерным точкам:  $\omega = 0$ ,  $\omega = \frac{1}{T}$ ,  $\omega = \infty$ .

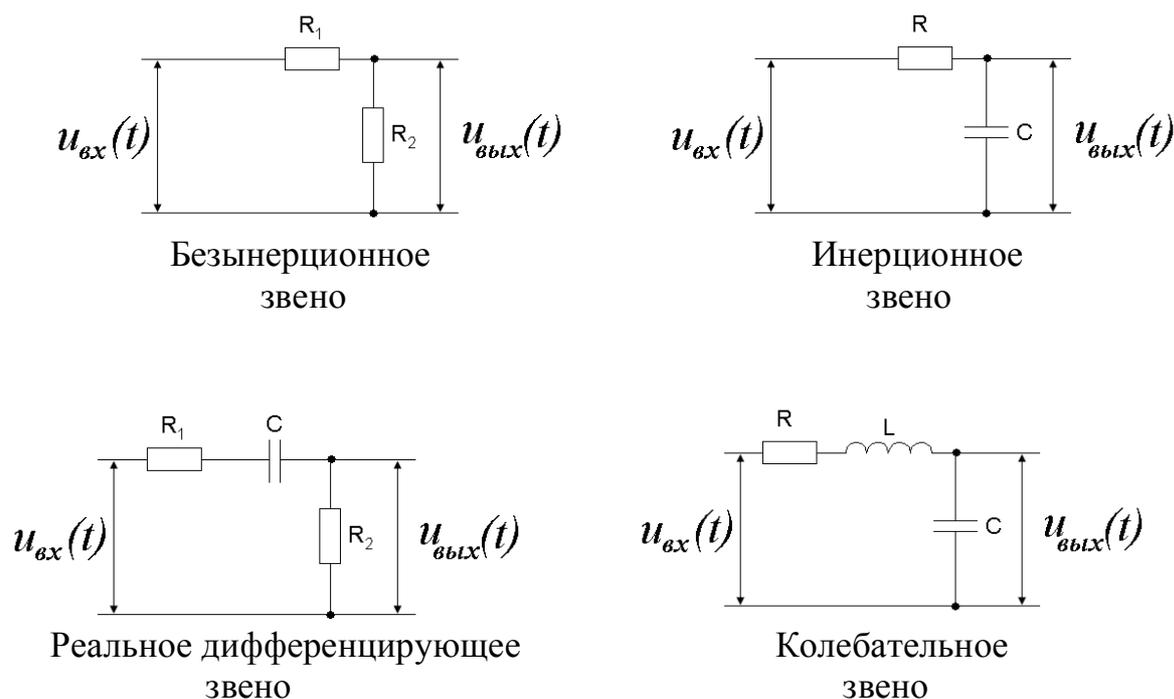


Рисунок 25 – Принципиальные электрические схемы звеньев, исследуемых в лабораторной работе

Таблица 1 – Варианты заданий

Номер варианта	Безынерционное		Инерционное		Реальное дифференцирующее			Колебательное		
	R <sub>1</sub> , кОм	R <sub>2</sub> , кОм	R, кОм	C, мкФ	R <sub>1</sub> , кОм	R <sub>2</sub> , кОм	C, мкФ	R, кОм	L, Гн	C, мкФ
1	1	2	1	0,02	11	24	0,6	0,1	0,1	20
2	2	1	2	0,02	12	23	0,7	0,3	0,3	10
3	3	3	3	0,02	13	22	0,8	0,4	0,4	5
4	4	4	4	0,02	14	21	0,9	0,3	0,2	5
5	5	5	5	0,02	15	20	1	0,8	0,6	1
6	6	6	6	0,02	16	19	1,1	0,6	0,6	1
7	7	1	7	0,02	17	18	1,2	0,6	0,9	0,8
8	8	2	8	0,02	18	17	1,3	0,3	0,2	8
9	9	3	9	0,02	19	16	1,4	0,4	0,2	6
10	1	4	1	0,02	20	15	1,5	0,5	0,3	3
11	2	5	2	0,02	21	14	1,6	0,2	0,8	6
12	3	6	3	0,02	22	13	1,7	0,2	0,4	8
13	4	7	4	0,02	23	12	1,8	0,3	0,3	10
14	5	8	5	0,02	24	11	1,9	0,5	0,2	4
15	6	9	6	0,02	25	10	2	0,8	0,1	2
16	6	9	9	0,02	11	24	0,6	0,5	0,3	3
17	5	5	4	0,02	13	22	0,8	0,3	0,3	10
18	6	6	6	0,02	18	17	1,3	0,1	0,1	20
19	7	1	3	0,02	12	22	0,8	0,2	0,1	2
20	2	2	2	0,02	8	10	0,9	0,4	0,4	5
21	3	3	1	0,02	5	12	1,1	0,5	0,3	3
22	4	4	8	0,02	4	8	0,9	0,7	0,5	2
23	1	2	5	0,02	11	28	1,2	0,8	0,2	2
24	2	3	6	0,02	14	22	1,6	0,6	0,1	3
25	3	4	7	0,02	15	24	0,6	0,7	0,3	8
26	9	5	8	0,02	25	10	0,8	0,5	0,2	10
27	8	6	3	0,02	18	15	0,9	0,4	0,1	2
28	7	8	2	0,02	22	34	1,2	0,1	0,6	4
29	5	6	5	0,02	12	35	0,5	0,6	0,2	5
30	2	3	1	0,02	10	22	0,6	0,9	0,2	8

Таблица 2– Варианты заданий

Номер варианта	Безынерционное		Инерционное		Реальное дифференцирующее			Колебательное		
	R <sub>1</sub> , кОм	R <sub>2</sub> , кОм	R, кОм	C, мкФ	R <sub>1</sub> , кОм	R <sub>2</sub> , кОм	C, мкФ	R, кОм	L, Гн	C, мкФ
1	2	1	1	0,01	24	11	0,6	0,1	0,1	2
2	1	2	2	0,01	23	12	0,7	0,3	0,3	2
3	3	3	3	0,01	22	13	0,8	0,4	0,4	2
4	4	4	4	0,01	21	14	0,9	0,3	0,2	2
5	5	5	5	0,01	20	15	1	0,8	0,6	2
6	6	6	6	0,01	19	16	1,1	0,6	0,6	2
7	1	7	7	0,01	18	17	1,2	0,6	0,9	2
8	2	8	8	0,01	17	18	1,3	0,3	0,2	2
9	3	9	9	0,01	16	19	1,4	0,4	0,2	2
10	4	1	1	0,01	15	20	1,5	0,5	0,3	2
11	5	2	2	0,01	14	21	1,6	0,2	0,8	2
12	6	3	3	0,01	13	22	1,7	0,2	0,4	2
13	7	4	4	0,01	12	23	1,8	0,3	0,3	2
14	8	5	5	0,01	11	24	1,9	0,5	0,2	2
15	9	6	6	0,01	10	25	2	0,8	0,1	2
16	9	6	9	0,01	24	11	0,6	0,5	0,3	2
17	5	5	4	0,01	22	13	0,8	0,3	0,3	2
18	6	6	6	0,01	17	18	1,3	0,1	0,1	2
19	1	7	3	0,01	22	12	0,8	0,2	0,1	2
20	2	2	2	0,01	10	8	0,9	0,4	0,4	2
21	3	3	1	0,01	12	5	1,1	0,5	0,3	2
22	4	4	8	0,01	8	4	0,9	0,7	0,5	2
23	2	1	5	0,01	28	11	1,2	0,8	0,2	2
24	3	2	6	0,01	22	14	1,6	0,6	0,1	2
25	4	3	7	0,01	24	15	0,6	0,7	0,3	2
26	5	9	8	0,01	10	25	0,8	0,5	0,2	2
27	6	8	3	0,01	15	18	0,9	0,4	0,1	2
28	8	7	2	0,01	34	22	1,2	0,1	0,6	2
29	6	5	5	0,01	35	12	0,5	0,6	0,2	2
30	3	2	1	0,01	22	10	0,6	0,9	0,2	2

### Список литературы

- 1 **Бесекерский, В. А.** Теория систем автоматического управления / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб : Профессия, 2003. – 752 с.
- 2 **Анхимюк, В. Л.** Теория автоматического управления / В. Л. Анхимюк. – Минск : Выш. шк., 2002. – 352 с. : ил.
- 3 Теория автоматического управления : нелинейные системы управления при случайных воздействиях : учебник для ВУЗов / А. В. Нетушил [и др.]; под ред. А. В. Нетушила. – 2-е изд. перер. и доп. – М. : Высш. шк., 1983. – 432 с. : ил.
- 4 **Андрющенко, В. А.** Теория систем автоматического управления : учебное пособие / В. А. Андрющенко. – Л. : Изд-во Ленинградского университета, 1990. – 256 с.
- 5 **Ксенович, И. П.** Теория и проектирование автоматических систем: учебник для студентов высших учебных заведений / И. П. Ксенович, В. П. Тарасик. – М. : Машиностроение, 1996. – 480 с.
- 6 **Ротач, В. Я.** Теория автоматического управления: учебник для вузов / В. Я. Ротач. – 4-е изд., стереот. – М. : Изд. дом МЭИ, 2007. – 400 с. : ил.
- 7 **Ивановский, Р. И.** Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения систем MathCAD Pro: учеб. пособие / Р. И. Ивановский. - М. : Высш. шк., 2003. – 431 с.
- 8 **Герман-Галкин, С. Г.** Matlab & Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК / С. Г. Герман-Галкин. – СПб. : КОРОНА-Век, 2008. – 368 с.

**Приложение А**  
**(справочное)**

Таблица 4 – Таблица основных преобразований Лапласа

Оригинал	Изображение
1	$\frac{1}{p}$
$t$	$\frac{1}{p^2}$
$t^2$	$\frac{2}{p^3}$
$t^n, n \in N$	$\frac{n!}{p^{n+1}}$
$e^{\lambda t}$	$\frac{1}{p - \lambda}$
$te^{\lambda t}$	$\frac{1}{(p - \lambda)^2}$
$t^n e^{\lambda t}, n \in N$	$\frac{n!}{(p - \lambda)^{n+1}}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 + \omega^2}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2 + \omega^2}$
$t \sin \omega t$	$\frac{2p\omega}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$t \cos \omega t$	$\frac{p^2 - \omega^2}{(p^2 + \omega^2)^2}$
$sh \omega t$	$\frac{\omega}{p^2 - \omega^2}$
$ch \omega t$	$\frac{p}{p^2 - \omega^2}$
$e^{\lambda t} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(p - \lambda)^2 + \omega^2}$
$e^{\lambda t} \cos \omega t$	$\frac{p - \lambda}{(p - \lambda)^2 + \omega^2}$